ZADANIA TEORETYCZNE

Zadanie 1

Jedna z okładek kondensatora płaskiego jest oświetlana (poprzez mały otwór w drugiej okładce) światłem lasera o długości fali $\lambda = 405\,\mathrm{nm}$. Odległość między okładkami kondensatora jest równa $d = 1\,\mathrm{cm}$, a rozmiary liniowe okładek są znacznie większe niż d. Między okładkami jest próżnia.
a) Zakładając, że liczba wybijanych elektronów na jednostkę kąta bryłowego jest niezależna od kierunku, wyznacz zależność natężenia prądu płynącego między okładkami od napięcia między nimi. Praca wyjścia elektronu z materiału okładki jest równa $W = 1,87\,\mathrm{eV}$. Przyjmij, że wszystkie wybite elektrony mają najwiekszą możliwą w rozpatrywanym procesie energię.
b) Podaj jakościowo, jak zmieni się otrzymana zależność jeśli uwzględnimy, że : (i) wylatujące elektrony mają różne energie; (ii) poprzeczne rozmiary kondensatora są skończone.
Wskazówka: pole ograniczonego płaszczyzną wycinka sfery o promieniu r jest równe $2\pi rz$, gdzie z jest odległością między tą płaszczyzną, a najbardziej odległym od niej punktem na rozpatrywanym wycinku.

Rozwiązanie zadania 1

a) Fotony wybijają z okładki elektrony, których energia jest równa

$$E_e = \frac{hc}{\lambda} - W. \tag{1}$$

Ponieważ pole elektryczne wewnątrz kondensatora jest prostopadłe do okładek, ruchy elektronu wzdłuż okładek i prostopadle do nich są od siebie niezależne. Jeśli elektron wylatuje pod kątem θ w stosunku do normalnej do powierzchni, to część jego energii kinetycznej związana z ruchem prostopadłym do okładek jest równa $E_e \cos^2\theta$. Z zasady zachowania energii wynika, że elektron doleci do drugiej okładki pod warunkiem, że

$$E_e \cos^2\theta \geqslant q_e U, \tag{2}$$

gdzie U jest różnicą potencjałów elektrycznych między drugą, a pierwszą okładką, a q_e jest ładunkiem elektronu. Ponieważ $q_e < 0$, dla $U \geqslant 0$ do drugiej okładki dolecą wszystkie elektrony, które wyleciały z pierwszej. Wprowadzając dla $-|q_e|E_e < U < 0$ kąt graniczny θ_U zdefiniowany jako

$$\cos\theta_U = \sqrt{\frac{Uq_e}{E_e}} = \sqrt{-\frac{U|q_e|}{E_e}},$$

otrzymujemy warunek na to, żeby dany elektron doleciał do drugiej okładki

$$\cos\theta > \cos\theta_U, \tag{3}$$

lub równoważnie do $\theta < \theta_U$.
Oznaczmy przez $f(\cos\theta_U)$ ułamek ogólnej liczby elektronów wylatujących pod kątem mniejszym niż θ_U. Zgodnie z powyższym, prąd płynący między okładkami jest równy

$$I = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad -\frac{U|q_e|}{E_e} > 1, \\ I_0 \cdot f\left(\sqrt{-\frac{U|q_e|}{E_e}}\right) & \text{dla} \quad 0 < -\frac{U|q_e|}{E_e} < 1, \\ I_0 & \text{dla} \quad U > 0, \end{cases}$$

gdzie I_0 odpowiada ilości wszystkich elektronów wybijanych w ciągu sekundy.
W naszym przypadku $f(\cos\theta_U)$ jest stosunkiem wycinka powierzchni sfery do pola półsfery, a zatem

$$f(\cos\theta_U) = 1 - \cos\theta_U. \tag{4}$$

Zatem ostatecznie

$$I = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad U < -\frac{\frac{hc}{\lambda}-W}{|q_e|} \\ I_0 \cdot \left(1 - \sqrt{-\frac{U|q_e|}{\frac{hc}{\lambda}-W}}\right) & \text{dla} \quad -\frac{\frac{hc}{\lambda}-W}{|q_e|} < U < 0 \\ I_0 & \text{dla} \quad U > 0. \end{cases} \tag{5}$$

Wartości liczbowa napięcia, przy którym I staje się równe zero, czyli $-\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right)/|q_e|$ jest w naszym przypadku równa

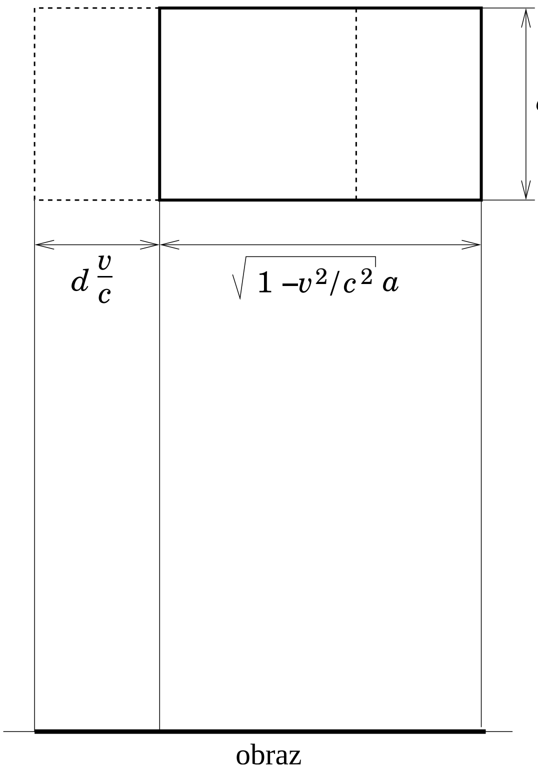
$$U_{\text{graniczne}} = -\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right)/|q_e| = -1,19\text{V}. \tag{6}$$

b) (i) Występowanie różnych energii wybijanych elektronów powoduje, że ostateczny wzór jest uśrednieniem powyższego wzoru ze względu na różne energie E_e. Spowoduje to szybszy spadek natężenia prądu przy malejących U, ale nie zmieni ani wartości napięcia, przy którym prąd staje się równy 0, ani faktu, że dla $U \geqslant 0$ natężenie prądu jest stałe.
b) Gdy rozmiary okładek są skończone, w przypadku $U = 0$ nie wszystkie wybite elektrony dolatują (trafiają) w przeciwległą okładkę. Dalsze zwiększanie napięcia powoduje wzrost natężenia płynącego prądu. Dla $U \to \infty$ dostajemy $I = I_0$, gdzie I_0 jest wielkością z pkt. a).

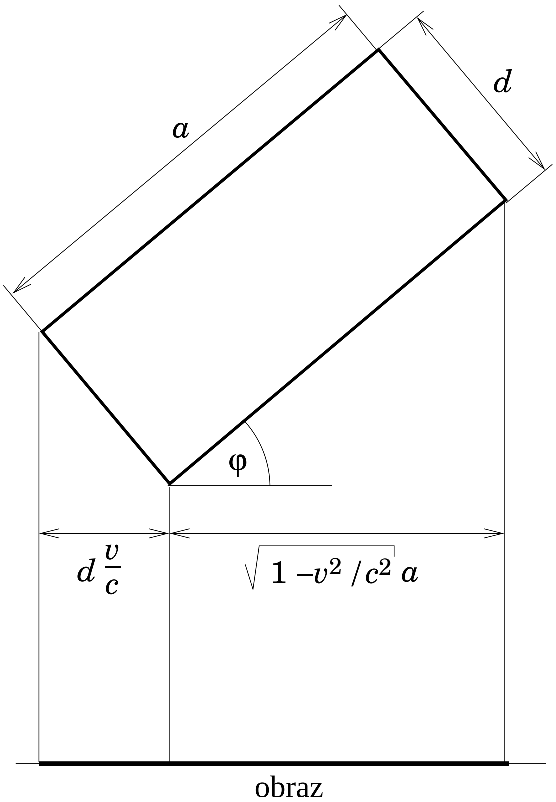
Zadanie 2
Prostopadłościan o wymiarach $a \times b \times d$ porusza się równolegle do krawędzi długości a z dużą (relatywistyczną) prędkością v. Prostopadłościanowi zrobiono zdjęcie przy pomocy nieruchomego aparatu fotograficznego. Oś optyczna aparatu była prostopadła do kierunku ruchu prostopadłościanu i prostopadła do krawędzi o długości b.
Wykaż, że widoczny na zdjęciu obraz poruszającego się prostopadłościanu jest taki sam, jaki byłby obraz tego samego, ale spoczywającego prostopadłościanu, obróconego wokół osi równoległej do krawędzi b o pewien kąt ϕ. Wyznacz zależność tego kąta od prędkości v.
Uwagi:
1. Migawka aparatu znajdowała się tuż przed obiektywem (soczewką), a jej czas otwarcia był na tyle krótki, że można przyjąć, że całe światło, które utworzyło obraz, przeleciało przez nią w tej samej chwili.
2. Prostopadłościan znajdował się na tyle daleko od obiektywu, że promienie światła, które utworzyły obraz, były w bardzo dobrym przybliżeniu równoległe do siebie i do osi optycznej aparatu.
3. Pomijamy ewentualne zmiany kolorów i jasności.
Wskazówka: rozważ tylko promienie wylatujące z wierzchołków prostopadłościanu.
Rozwiązanie zadania 2
Prostopadłościan o bokach a, b, d poruszający się z prędkością v wzdłuż krawędzi a ulega skróceniu lorentzowskiemu i w układzie aparatu fotograficznego jest prostopadłościanem o wymiarach $\sqrt{1-v^2/c^2}a, b, d$ poruszającym się z prędkością v. Uwzględniając przybliżenie podane w treści zadania (równoległość promieni światła które utworzyły zdjęcie), czasy przelotu światła do aparatu z różnych punktów ściany prostopadłej do osi optycznej aparatu są identyczne. Zatem na zdjęciu ta ściana będzie widoczna tak, jak spoczywający prostokąt o bokach $\sqrt{1-v^2/c^2}a$ i b. Czas przelotu światła od punktów znajdujących się na bocznych ściankach będzie większy. Zatem na zdjęciu zostanie zarejestrowane światło wysłane z tych punktów odpowiednio wcześniej. W szczególności punkty na tylnej, pionowej (zgodnie z orientacją jak na rysunku) krawędzi ma do przebycia drogę o d większą, a zatem musiało być wysłane o d/c wcześniej niż światło z przedniej ścianki. W ciągu czasu d/c ta krawędź przebywa drogę $(d/c)v$. Ponieważ zdjęcie uwzględnia położenie punktów w chwili wysłania światła, oznacza to, że rozważana ściana będzie widoczna na zdjęciu jak prostokąt o szerokości$(d/c)v$. (Uwaga: w tych rozważaniach w istotny sposób korzystaliśmy z przybliżenia, w którym promienie światła tworzące zdjęcie, są równoległe do osi optycznej aparatu.) To co widzimy na zdjęciu jest zatem identyczne (co do kształtu) ze zdjęciem spoczywającego prostopadłościanu obróconego o kąt

$$\phi = \arcsin\frac{v}{c},$$

bo $d\sin\left(\arcsin\frac{v}{c}\right) = d\frac{v}{c}$, $a\cos\left(\arcsin\frac{v}{c}\right) = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}a$, a "widoczna" długość krawędzi b nie ulega zmianie.



Poruszający się prostopadłościan w chwilach $t = -d/c$ oraz $t = 0$ i jego obraz.



Spoczywający, obrócony prostopadłościan i jego obraz.

Zadanie 3
Klocek o masie M porusza się poziomo, bez tarcia, wzdłuż linii prostej. W chwilach t_i, $i = 1, 2, ...$ z klockiem zderzają sie idealnie sprężyście ciała o masie m. Prędkości tych ciał przed zderzeniem wynoszą u_i i są równoległe do kierunku ruchu klocka. Niech V_i będzie prędkością klocka tuż przed zderzeniem w chwili t_i.
a) Znajdź związek między V_{i+1} a V_i.
b) Przyjmując, że $u_i = (-1)^i u$ i przy założeniu, że znasz V_1, wyznacz V_n dla bardzo dużych n.
Rozwiązanie zadania 3
a) Niech u_i' będzie prędkością ciała o masie m po zderzeniu w chwili t_i. Korzystając z zasad zachowania pędu

$$MV_i + mu_i = MV_{i+1} + mu_i', \tag{7}$$

i energii

$$\frac{1}{2}MV_i^2 + \frac{1}{2}mu_i^2 = \frac{1}{2}MV_{i+1}^2 + \frac{1}{2}m\left(u_i'\right)^2, \tag{8}$$

otrzymamy (warto przy tym skorzystać z wynikającego z powyższych równań związku $V_i+V_{i+1} = u_i + u_i'$)

$$V_{i+1} = \frac{M-m}{M+m}V_i + \frac{2m}{M+m}u_i. \tag{9}$$

b) Z powyższego

$$V_{n+1} = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^n V_1 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^{n-i}\frac{2m}{M+m}u_i. \tag{10}$$

Przyjmując $u_i = (-1)^i u$ otrzymujemy w granicy dużych n

$$V_{n+1} = 0 + \frac{2m}{M+m}u\,(-1)^n\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i-n}\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^{n-i} \approx \tag{11}$$

$$\approx \frac{2m}{M+m}u\,(-1)^n\sum_{j=0}^{\infty}\left(-\frac{M-m}{M+m}\right)^{j} = \tag{12}$$

$$= \frac{2m}{M+m}u\,(-1)^n\frac{1}{1+\frac{M-m}{M+m}} = (-1)^n\frac{m}{M}u. \tag{13}$$

Czyli ostatecznie

$$V_n = (-1)^{n-1}\frac{m}{M}u. \tag{14}$$

Oznacza to, że przy dużych n klocek nie będzie "pamiętał" swojej prędkości początkowej. Wartość jego prędkości po każdym zderzeniu będzie taka sama, a jej zwrot będzie zgodny ze zwrotem prędkości ciała, z którym zderzył się ostatnio.

ZADANIA DOŚWIADCZALNE

Zadanie D1

Przyrządź galaretkę mieszając łyżeczkę żelatyny z 1/2 szklanki wrzątku.
Mając do dyspozycji:

- stężałą galaretkę,
- cienką plastikową rurkę zamkniętą z jednej strony,
- duże naczynie z wodą,
- linijkę,
- nóż,
- papier milimetrowy

wyznacz stosunek gęstości galaretki do gęstości wody.
Uwaga: Zamiast plastikowej rurki możesz wykorzystać wypisany wkład do długopisu. Wkład powinien być tak dobrany, aby mógł pływać pionowo w wodzie.

Zadanie D2

Masz do dyspozycji:

- jednakowe gumki-recepturki,
- stoper,
- ciężarek o masie 50 g, statyw lub zaczep umożliwiający zwieszenie ciężarka.

Zakładając, że między siłą F napinającą gumkę i jej długością l zachodzi związek

$$F = k(l - l_0) ,$$

gdzie l_0 — długość swobodna gumki, k — współczynnik sprężystości gumki, wyznacz wartość iloczynu kl_0 dla jednej gumki. Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie g wynosi $9,81\,\mathrm{m/s^2}$.

Zadanie D3

Masz do dyspozycji:

- pręt mosiężny lub stalowy o znanej długości z zakresu $0,5 - 1$ m i średnicy $0,5 - 1,5$ cm,
- dwa płaskie przetworniki piezoelektryczne używane w urządzeniach elektronicznych do sygnalizacji akustycznej (np. takie jak używane w "grających" kartach urodzinowych),
- klej epoksydowy umożliwiający sztywne zamocowanie przetworników do pręta,
- generator przebiegu sinusoidalnego o częstotliwości z zakresu $1-20$ kHz, pozwalający ustalić częstotliwość sygnału z dokładnością nie gorszą niż 1 Hz,
- oscyloskop,
- miękki materiał (n.p. ręcznik, gąbka, styropian), na którym można położyć pręt,
- przewody elektryczne, wtyczki, zaciski itp. elementy umożliwiające zestawienie układu pomiarowego.

Wyznacz prędkość dźwięku w pręcie.
Uwagi:
1. Pręt powinien mieć równe, płaskie końce.
2. Zamiast zwykłego generatora i oscyloskopu możesz użyć komputera wyposażonego w kartę dźwiękową i odpowiednie programy komputerowe. Takie programy można znaleźć w Internecie (np. fg_lite.exe oraz winscope.exe) lub wykorzystać programy "Generator" oraz "Oscyloskop" dostępne na płycie CD dołączonej do podręcznika J. Blinowski, W. Zielicz, *Fizyka z astronomią. Kształcenie w zakresie rozszerzonym*, tom. I, WSiP, Warszawa 2002 (i 2003, II wydanie). Możesz także skorzystać z programów dostępnych na stronie www.kgof.edu.pl.
3. Przetworniki piezoelektryczne można kupić w sklepach z elementami elektronicznymi lub wymontować je z kart urodzinowych. Na stronie Olimpiady Fizycznej pod adresem `http://www.kgof.edu.pl` znajdziesz zdjęcia, które pomogą ci zidentyfikować te elementy.