

LV OLIMPIADA FIZYCZNA — ZAWODY III STOPNIA
ZADANIE DOŚWIADCZALNE

Rozważmy dwa magnesy walcowe o wysokości L i średnicy D , jednorodnie namagnesowane w kierunku osi walca. Jeśli takie magnesy są rozsunięte na niewielką odległość $\Delta l \ll L$, $\Delta l \ll D$ (rys. 1), to pole magnetyczne w szczelinie pomiędzy nimi jest w przybliżeniu jednorodne i prostopadłe do podstaw magnesów. Przy rozsuwaniu magnesów na odległość Δl wartość indukcji B nie zmienia się, a towarzyszącą temu zmianę energii pola magnetycznego można wyrazić jako:

$$\Delta E = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2 S \Delta l,$$

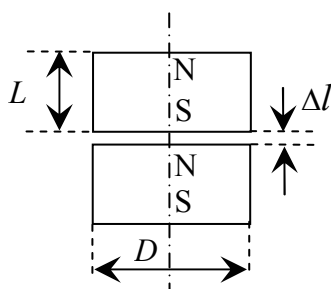
gdzie, S – powierzchnia podstawy walca, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, μ – względna przenikalność magnetyczna ośrodka w szczelinie pomiędzy magnesami.

Masz do dyspozycji:

- dwa jednakowe magnesy neodymowe w kształcie walca (namagnesowane jednorodnie w kierunku osi walca),
- zagięty na końcu pasek niemagnetycznej ($\mu=1$) blachy o masie równej (21 ± 1) g,
- puszkę wykonaną z blachy ferromagnetycznej, wypełnioną przetworami owocowymi,
- 1 kg cukru w kostkach,
- torebkę plastikową,
- krzesło z płaskim drewnianym siedziskiem,
- klocek,
- linijkę.

Wyznacz wartość indukcji B pola magnetycznego w szczelinie pomiędzy dwoma przyciągającymi się magnesami (patrz rys. 1).

Przenikalność magnetyczna próżni wynosi $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$.



Rys. 1

Rozwiązanie

W treści zadania podano informację, że dla niewielkiej odległości Δh pomiędzy magnesami składowa indukcji pola magnetycznego prostopadła do podstaw magnesów nie ulega zmianie. Zatem, w niewielkim zakresie odległości siła N wzajemnego przyciągania magnesów również powinna być stała. Minimalna praca, jaką należy wykonać, aby rozsunąć magnesy na odległość Δl wynosi więc $W=N \Delta l$. Praca ta powinna być równa zmianie energii pola magnetycznego $W=\Delta E$. Korzystając z wyrażenia podanego w treści zadania równość tę można zapisać w postaci:

$$N\Delta l = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2 S \Delta l, \quad (1)$$

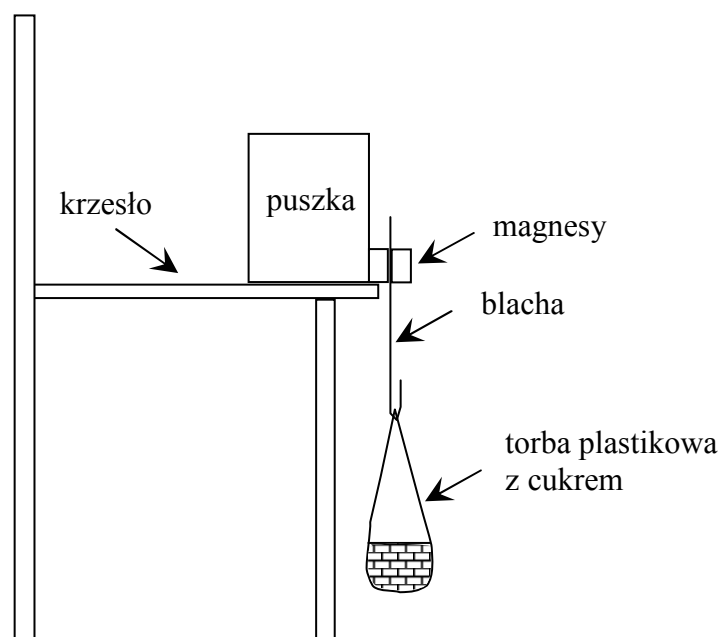
skąd wynika, że dla niewielkich odległości pomiędzy magnesami siła ich wzajemnego przyciągania wynosi:

$$N = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2 S. \quad (2)$$

Znając siłę N , z jaką przyciągają się magnesy można znaleźć indukcję pola magnetycznego B pomiędzy nimi:

$$B = \sqrt{\frac{2N\mu\mu_0}{S}}. \quad (3)$$

Siłę, z jaką przyciągają się magnesy można wyznaczyć badając siłę tarcia pomiędzy magnesami i blachą. Odpowiednie pomiary można wykonać w układzie przedstawionym na rys. 2. Na brzegu krzesła ustawiamy puszkę z przetworami owocowymi. W jej dolnej części mocujemy magnesy z umieszczoną pomiędzy nimi blachą. Magnes „przyklejony” do puszki powinien opierać się o zgrubienie u podstawy puszki tak, żeby nie mógł przesunąć się w dół. Zagięty koniec blachy pełni rolę zaczepu, na którym zawieszamy torbę plastikową. Następnie do torby wkładamy kolejne kostki cukru. Dla pewnej liczby kostek, ciężar cukru (wraz z blachą i plastikową torbą) przekroczy wartość siły tarcia statycznego pomiędzy magnesami i blachą i zacznie się ona przesuwać się w dół.



Rys. 2

Proces ten można podzielić na dwa etapy. W początkowej fazie wysuwania blaszki, magnes zewnętrzny (nieprzyklejony do puszk) porusza się razem z blaszką. Wtedy tylko jedna strona blaszki trze o magnes oparty o brzeg puszk i warunek równowagi sił przybiera postać:

$$Nf=mg, \quad (4)$$

skąd $N = mg/f$.

Przy dalszym obciążaniu układu, magnes dociskający przesuwa się w dół razem z blachą, aż do momentu, w którym oba magnesy są nieruchome, a blacha zaczyna wysuwać się spomiędzy nich, trąc o nie dwoma swoimi powierzchniami. Stąd równość siły tarcia i maksymalnego ciężaru mg zawieszonoego na blaszce wyniesie:

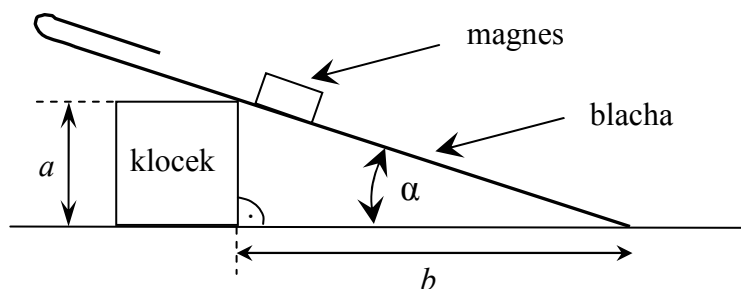
$$2Nf=mg, \quad (5)$$

gdzie f – współczynnik tarcia statycznego pomiędzy magnesem a blachą, m – całkowita masa cukru, torby i blaszki. Wykonując doświadczenie można zbadać obie sytuacje opisane równaniami (4) i (5). Początkowe niewielkie przesunięcie blaszki i magnesu dociskającego można łatwo przeoczyć, natomiast następujące przy ok. dwukrotnie większym obciążeniu wysuwanie blachy spomiędzy magnesów zauważyć jest znacznie łatwiej. Ponieważ względne przesunięcie osi magnesów jest niewielkie, to można przyjąć, że siła przyciągania magnesów nieznacznie przesuniętych względem siebie jest bardzo bliska tej, z jaką mamy do czynienia w przypadku, gdy magnesy są ustawione dokładnie naprzeciw siebie. Można, więc uznać, że wartość siły nacisku występująca w równaniu (5) odpowiada sile przyciągania magnesów opisanej równaniem (2).

Łącząc wyrażenie (3) z wyrażeniem (5) dostajemy wyrażenie na indukcję magnetyczną w blaszce pomiędzy magnesami:

$$B = \sqrt{\frac{\mu\mu_0 mg}{fS}}. \quad (6)$$

Znając graniczną masę cukru, przy której blacha wysuwa się spomiędzy magnesów, do rozwiązania zadania konieczna jest jeszcze jest znajomość wartości współczynnika tarcia statycznego magnesu o blachę. Można go wyznaczyć w sposób przedstawiony na rys. 3. Blachę z umieszczonym na niej magnesem opieramy na klocek. Zmieniając punkt podparcia układu, można znaleźć kąt graniczny α , przy którym magnes zacznie się zsuwać z blachy.



Rys. 3

Zachodzi to wtedy, gdy

$$f = \text{tg}(\alpha) = a/b, \quad (6)$$

gdzie a i b odległości przedstawione na rys. 3. Można zmierzyć je linijką.

Graniczną masę cukru, przy której blacha zaczynała wysuwać się spomiędzy magnesów, wyznaczano kilka razy, dla różnych położenia magnesów względem blaszki. W każdym przypadku wyznaczano liczbę n kostek cukru. Ponieważ 1 kg cukru dostępny dla zawodników zawierał 225 kostek, to przyjmując, że masa każdej z kostek jest taka sama, masa n kostek cukru wynosi $m_n = n \cdot 1000/225$ g. Wartości uzyskane z kilku pomiarów pozwoliły wyznaczyć wartość średnią oraz niepewność pomiarową granicznej masy cukru $m = (0,54 \pm 0,03)$ kg. Ponieważ masa torby plastikowej jest bardzo mała w porównaniu z masą kostki cukru, to można ją pominąć i po uwzględnieniu masy blaszki masa obciążenia, przy którym następuje wysunięcie blaszki spomiędzy magnesów, wynosi $m = (0,56 \pm 0,03)$ kg.

Pomiary kąta, przy którym magnes zaczynał zsuwać się z blachy wykonano dla różnych położenia początkowych magnesów na pasku blachy. W każdym przypadku mierzono linijką odległości a oraz b . Przeprowadzone w ten sposób eksperymenty pozwoliły wyznaczyć wartość średnią współczynnika tarcia oraz jego niepewność pomiarową: $f = (0,20 \pm 0,05)$.

Średnicę magnesu zmierzono linijką. Wyniosła ona $D = (8,0 \pm 0,5)$ mm. Odpowiada to powierzchni styku magnesu z blachą $S = (50 \pm 6) \cdot 10^{-6}$ m². Po podstawieniu wartości liczbowych do wzoru (6) otrzymano wartość indukcji magnetycznej w blaszce pomiędzy magnesami $B = (0,83 \pm 0,16)$ T.