

LVI OLIMPIADA FIZYCZNA — ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

Rozwiązania zadań I stopnia należy przesyłać do **Okręgowych Komitetów Olimpiady Fizycznej** w terminach: część I — do 25 października b.r., część II — do 15 listopada b.r.. O kwalifikacji do zawod/ow II stopnia będzie decydować suma punktów uzyskanych za rozwiązania zadań części I i II. Szczegóły dotyczące regulaminu oraz organizacji Olimpiady można znaleźć w broszurze i na afiszu rozesłanych do szk'ół średnich oraz na stronie internetowej <http://www.kgof.edu.pl>.

CZEŚĆ I (termin wysyłania rozwiązań — 25 października 2006 r.)

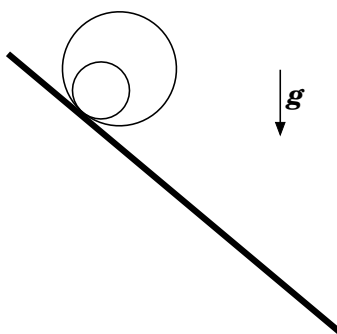
Uwaga: Rozwiązania zadań należy zamieścić w kolejności zgodnej z ich numeracją. Wszystkie strony pracy powinny być ponumerowane. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy. Na pierwszym arkuszu pracy dodatkowo należy podać nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki.

Podaj i krótko uzasadnij odpowiedź. Za każde z 15 zadań można otrzymać maksimum 4 punkty.

Zadanie 1

Wewnątrz sfery (powłoki kulistej o bardzo małej grubości) o promieniu R i masie M znajduje się sfera o promieniu $R/2$ i masie $M/8$. Sferę puszczono bez prędkości początkowej z równi pochyłej o wysokości h (patrz rysunek 1, przedstawiający chwilę początkową), gdzie $h \gg R$. Następnie wyjęto z niej mniejszą sferę i puszczono dokładnie w taki sam sposób jak poprzednio. W którym przypadku prędkość u podstawy równi była większa?

Pomiń opór powietrza i tarcie toczne. Ani między sferami, ani między większą sferą a równią nie występuje poślizg. Sfery nie są ze sobą połączone.

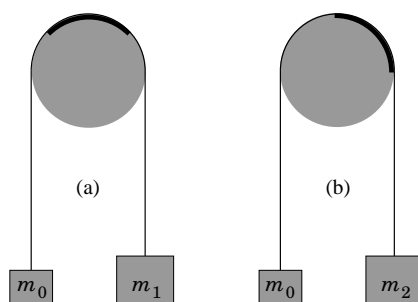


rys. 1

Zadanie 2

Przez nieruchomą belkę o przekroju kołowym przewieszona jest cienka, wiotka i nierozciągliwa linka o zaniedbywalnej masie. Jedna czwarta powierzchni belki jest szorstka (współczynnik tarcia linki o tę część belki jest równy 1), a pozostała – śliska (współczynnik tarcia linki o tę część belki jest równy 0). Do jednego końca linki jest przymocowany ciężarek o masie m_0 . Gdy szorstka część belki znajduje się w najwyższym możliwym położeniu, to maksymalny ciężar przymocowany do drugiego końca belki, przy którym układ pozostaje w równowadze, ma masę równą m_1 (patrz rys. 2a)). Jaki maksymalny ciężar, przy którym układ pozostaje w równowadze, można powiesić na drugim końcu linki, jeśli belka zostanie obrócona o kąt 45° w stosunku do poprzedniego położenia (patrz rys. 2b)) ?

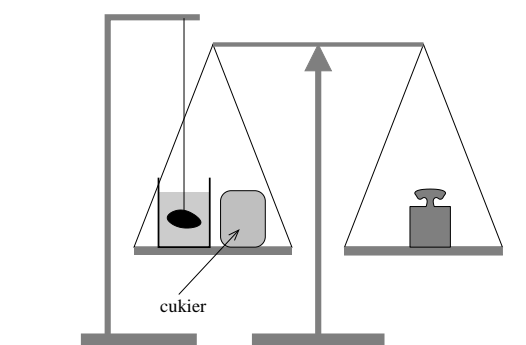
Oś belki jest w obu przypadkach pozioma, a cała linka znajduje się w płaszczyźnie prostopadłej do tej osi.



rys. 2

Zadanie 3

Na jednej szalce wagi stoi naczynie z wodą. W wodzie zanurzony jest kamień, zwisający ze statywu, którego podstawa znajduje się poza szalką (patrz rysunek 3). Obok naczynia, na tej samej szalce, znajduje się torba z cukrem. Na drugiej szalce wagi są odważniki. Początkowo waga jest w równowadze. Co się stanie po wsypaniu cukru do wody i rozpuszczeniu się go?



rys. 3

Zadanie 4

Dzieci siedzą na obwodzie spoczywającej karuzeli. Moment bezwładności karuzeli wraz z dziećmi (względem osi obrotu karuzeli) jest równy $I_K = 180 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. W chwili początkowej pies Azor stoi na karuzeli obok swojego właściciela Adasia. Po chwili Azor przeskakuje do sąsiedniego dziecka, potem do następnego itd., aż w końcu dociera znowu do Adasia. Oblicz kąt ϕ_K , o jaki karuzela obróciła się względem trawnika.

Przyjmij, że Azor znajdował się stale w odległości $r = 2 \text{ m}$ od osi karuzeli, a jego masa $m = 10 \text{ kg}$. Pomiń tarcie i opór powietrza.

Zadanie 5

Stworzono nową konkurencję pływacko-biegową: należy dostać się z punktu A do odległego od niego o $d = 3600 \text{ m}$ punktu B w jak najkrótszym czasie, przy czym można się poruszać po dowolnym torze. Oba te punkty znajdują się w wodzie w odległości $h = 1000 \text{ m}$ od prostoliniowego brzegu. Pewien zawodnik biega zawsze z prędkością v_1 , a w wodzie pływa zawsze z prędkością $v_w = v_1/2$ (to bardzo dobry pływak, a zły biegacz). Jaka taktykę powinien przyjąć zawodnik: płynąć do brzegu (jeśli tak, to pod jakim kątem?), biec po lądzie, a potem płynąć do punktu B, czy płynąć wprost do punktu B?

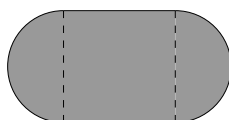
Pomiń czas potrzebny do wejścia do wody i do wyjścia z niej.

Zadanie 6

Cienki, masywny pręt umocowany jest na nieważkiej, osi przechodzącej przez jego środek masy i tworzącej z prętem kąt α . Pręt obraca się ze stałą prędkością kątową ω wokół tej osi. W pewnym momencie oś pęka i dalej pręt porusza się swobodnie. Opisz dalszy ruch pręta. Grawitację pomijamy.

Zadanie 7

Trzy metalowe przedmioty (o bardzo dużym przewodnictwie cieplnym): kulę, sześcian oraz walec o promieniu podstawy R i długości $2R$, do którego podstaw przymocowane są dwie półkule o promieniu R (patrz rys. 4) znajdują się w próżni, w tej samej (dużej) odległości od Słońca, ale daleko od siebie. Dwie ściany sześcianu oraz oś walca są prostopadłe do kierunku przedmiot – Słońce. Przedmioty zachowują się jak ciała doskonale czarne i są w równowadze termodynamicznej. Który z nich ma najwyższą, a który najniższą temperaturę?



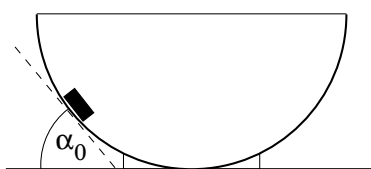
rys. 4

Zadanie 8

Mleko zostało nalane do naczynia w kształcie stożka, którego podstawa znajduje się u dołu. Po pewnym czasie mleko rozdzieliło się na dwie części – śmietanę na górze i resztę mleka na dole. Czy ciśnienie na dno naczynia wzrosło, zmalało, czy też nie zmieniło się? Przyjmij, że rozdział faz nie zmienia całkowitej objętości.

Zadanie 9

Mały klocek położono wewnątrz nieruchomej, kulistej czaszy o promieniu R , w miejscu w którym kąt nachylenia powierzchni w stosunku do poziomu jest równy $\alpha_0 = 50^\circ$ (patrz rys. 5). Współczynnik tarcia klocka o czaszę jest równy $\mu = 1$. W którym miejscu klocek się zatrzyma? Pomiń opór powietrza i uwzględnij, że w rozpatrywanym przypadku w każdej chwili ruchu $v^2 \ll gR$, gdzie v jest prędkością klocka, a g – przyspieszeniem ziemskim.



rys. 5

Zadanie 10

Metalowa struna gitarowa o długości $L = 0,65$ m drga z częstotliwością $f = 300$ Hz. Jest to jej podstawowy mod drgań. Amplituda drgań w środku struny jest równa $A = 5$ mm. Płaszczyzna drgań jest prostopadła do pola magnetycznego Ziemi, którego indukcja w tym miejscu wynosi $B = 50 \mu\text{T}$. Oblicz maksymalną siłę elektromotoryczną wyindukowaną między końcami struny. Przyjmij, że struna jest wiotka.

Wskazówka: Pole S pod sinusoidą o równaniu $y(x) = a \sin \pi x / l$, $x \in [0, l]$ jest równe $a2l/\pi$.

Zadanie 11

Samochód osobowy porusza się bez poślizgu. Jaką część jego energii kinetycznej stanowi energia kinetyczna ruchu obrotowego kół? Przyjmij, że masa jednego koła jest równa $1/50$ całkowitej masy samochodu, a pozostałe niezbędne parametry oszacuj.

Pomiń energię kinetyczną ruchu obrotowego elementów silnika i układu przeniesienia napędu.

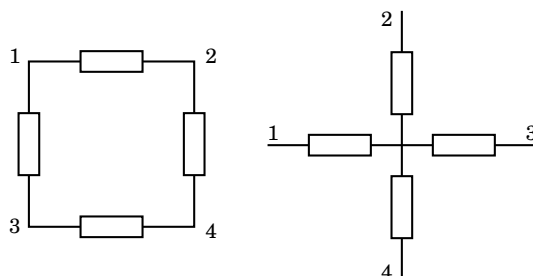
Zadanie 12

Cztery jednakowe oporniki, każdy o oporze R , są połączone "w kwadrat". Do wierzchołków kwadratu podłączony jest prąd czterofazowy, tzn. napięcie na wierzchołku o numerze i ($i =$

1, 2, 3, 4) jest dane wzorem

$$U_i = U_0 \cos(\omega t + \pi i/2).$$

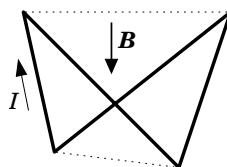
Jaki powinien być opór r każdego z oporników połączonych w "gwiazdę" aby wydzielana moc była równa mocy wydzielanej w przypadku "kwadratu" (patrz rys. 6)?



rys. 6

Zadanie 13

Ramka z przewodnika o kształcie będącym brzegiem dwóch sąsiednich ścian czworościanu foremnego o boku a , znajduje się w stałym, jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B . Pole magnetyczne jest prostopadłe do tych krawędzi czworościanu, które nie wchodzi w skład ramki (patrz rys. 7). Wzdłuż przewodnika płynie prąd o natężeniu I . Oblicz siłę oraz moment siły (względem środka czworościanu) działające na ramkę.



rys. 7

Zadanie 14

Trzy elementy elektryczne: AB, BC i CD (patrz rys. 8) podłączono szeregowo do źródła prądu. Woltomierzem o bardzo dużym oporze wewnętrznym zmierzono napięcia skuteczne między poszczególnymi punktami otrzymując: $U_{AB} = 1\text{ V}$, $U_{BC} = 1\text{ V}$, $U_{CD} = 1\text{ V}$ oraz $U_{AD} = 1\text{ V}$. Gdy układ jest odłączony od źródła prądu, zmierzone napięcie skuteczne między wymienionymi punktami jest każdorazowo równe 0. Jak to możliwe? Podaj przykładowy układ, realizujący taką sytuację.



rys. 8

Zadanie 15

Częściowo wypełnioną wodą butelkę zawieszono na długiej nici. Butelka swobodnie waha się wraz z nicią, a maksymalny kąt jej odchylenia od pionu wynosi α . Niech β będzie kątem, jaki względem poziomu tworzy powierzchnia wody w chwili maksymalnego odchylenia wahadła. Który z przypadków zachodzi: a) $\beta > \alpha$, b) $\beta = \alpha$ czy c) $\beta < \alpha$? Rozpatrujemy chwile po wytłumieniu szybkich drgań wody wewnątrz butelki.

Rozwiązanie zadania 1

Rozważmy najpierw jedną staczającą się sferę o masie m i promieniu r . Z zasady zachowania energii wynika, że prędkość sfery po obniżeniu się o wysokość z spełnia związek

$$mgz = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{I}{r^2}v^2 = \frac{1}{2}m\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)v^2,$$

gdzie I jest momentem bezwładności sfery względem środka masy. Ponieważ $\frac{I}{mr^2}$ jest takie samo dla każdej sfery, powyższy wzór oznacza, że prędkość sfery, a zatem również przyspieszenie, nie zależy od jej rozmiarów. Biorąc pod uwagę początkowe ustawienie sfer, oznacza to, że wewnętrzna sfera nie wpływa na ruch sfery zewnętrznej.

Odp. Prędkość będzie taka sama.

Rozwiązanie zadania 2

Ponieważ lina jest nieważka, nie ma znaczenia kąt ustawienia względem pionu fragmentu liny leżącego na szorstkiej powierzchni, ważne są tylko kierunki i wartości sił działających na końce tego fragmentu. Zatem maksymalna masa ciężaru w drugim przypadku też będzie równa m_1 .

Rozwiązanie zadania 3

Ponieważ wzrośnie gęstość wody, wzrośnie siła wyporu. A zatem szalka z wodą obniży się.

Rozwiązanie zadania 4

Skoro pies wrócił do Adasia to $\phi_P - \phi_K = 2\pi$, gdzie ϕ_P jest kątem odpowiadającym zmianie położenia psa względem ziemi.

Moment bezwładności psa względem osi obrotu karuzeli jest równy $I_P = mr^2$.

Z zasady zachowania momentu pędu wynika, że

$$\phi_K I_K + \phi_P I_P = 0,$$

stąd

$$\phi_K = -\frac{I_P}{I_K + I_P}2\pi = -\frac{2\pi}{\frac{I_K}{mr^2} + 1} = -36^\circ.$$

Rozwiązanie zadania 5

Rozważmy najpierw sytuację, w której zawodnik płynie do brzegu, następnie biegnie wzdłuż niego, a potem znowu płynie do punktu B . Korzystając z analogii z optyczną zasadą Fermata, kąt pod jakim powinien płynąć do brzegu powinien spełniać warunek

$$\frac{1}{v_w} \sin \alpha_w = \frac{1}{v_l} \sin \alpha_l,$$

gdzie α_w jest kątem jaki tworzy część wodna toru z normalną do brzegu (kąt "padania") a $\alpha_l = \frac{\pi}{2}$ (kąt "załamania"). Zatem $\sin \alpha_w = \frac{v_w}{v_l}$. Stąd długość toru części wodnej wynosi $\frac{2h}{\cos \alpha_w} = \frac{2h}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_w}{v_l}\right)^2}}$,

a części lądowej – $d - 2h \operatorname{tg} \alpha_w = d - 2h \frac{\frac{v_w}{v_l}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_w}{v_l}\right)^2}}$. Zatem czas dotarcia do punktu B wynosi w tym przypadku

$$\frac{2h}{\cos \alpha_w} / v_w + (d - 2h \operatorname{tg} \alpha_w) / v_l.$$

Z drugiej strony czas przepłynięcia od punktu A do B wynosi $\frac{d}{v_w}$. Zatem aby nie opłacało się płynąć do brzegu, musi być

$$\frac{2h}{\cos \alpha_w} / v_w + (d - 2h \operatorname{tg} \alpha_w) / v_l > \frac{d}{v_w},$$

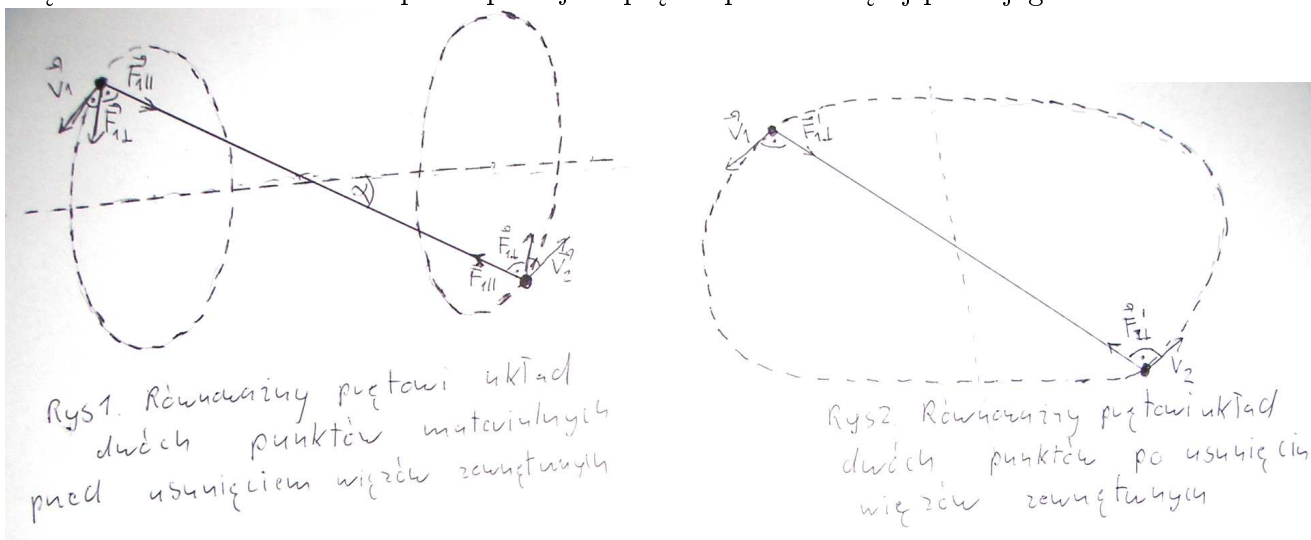
czyli

$$\frac{d}{h} < 2 \frac{\cos \alpha_w}{1 - \sin \alpha_w} = 2 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha_w}{2} \right)$$

W naszym przypadku otrzymamy $\alpha_w = 30^\circ$, $2 \frac{\cos \alpha_w}{1 - \sin \alpha_w} = 2\sqrt{3} < \frac{3600}{1000}$, zatem zawodnik powinien płynąć do brzegu, pod kątem 60° w stosunku do niego, przebiec po lądzie, a potem płynąć pod kątem 60° w stosunku do brzegu do punktu B .

Rozwiązanie zadania 6

Zauważmy, że z punktu widzenia mechaniki rozważany pręt jest równoważny dwóm identycznym punktom materialnym o sumarycznej masie równej masie pręta, połączonym nieważkim, sztywnym łącznikiem o długości l tak dobranej, żeby momenty bezwładności tego układu były takie same jak pręta. Zatem zamiast rozpatrywać ruch pręta, rozpatrzmy nasz układ punktów. W początkowej sytuacji, każdy z nich porusza się po okręgu o promieniu $\frac{l}{2} \sin \alpha$ z prędkością o wartości $v = \omega \frac{l}{2} \sin \alpha$. Taki ruch danego i -tego ($i = 1, 2$) punktu materialnego jest wymuszany przez: siłę $\vec{F}_{i\parallel}$ działającą wzdłuż łącznika oraz siłę $\vec{F}_{i\perp}$ - prostopadłą do łącznika i do wektora prędkości punktu (patrz rys. 1). Suma sił $\vec{F}_{i\parallel}$ oraz ich momentów jest równa $\vec{0}$, natomiast suma momentów sił $\vec{F}_{i\perp}$ jest niezerowa i jest równa momentowi sił więzów zewnętrznych w stosunku do pręta i wymuszających rozważany ruch. Gdy te więzy przestaną działać (tzn. gdy oś pęknie), również siły $\vec{F}_{i\perp}$ staną się równe zero. Zatem jedynymi siłami, jakie będą działać na nasze punkty materialne, będą siły równoległe do łącznika. Ponieważ łącznik jest nierozciągliwy, otrzymamy ruch po okręgu o promieniu $l/2$. Zauważmy jednocześnie, że w żadnym momencie nie działają siły skierowane wzdłuż wektora prędkości danego punktu materialnego, a zatem jej wartość nie ulegnie zmianie. Ruch po okręgu o promieniu $l/2$ z prędkością $\omega \frac{l}{2} \sin \alpha$ to ruch z prędkością kątową $\omega \frac{l}{2} \sin \alpha$. Zatem pręt będzie się obracał z prędkością kątową $\omega \sin \alpha$ wokół osi obrotu prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jego środek.



Rozwiązanie zadania 7.

Powierzchnia pochłaniająca energię Słońca jest w rozważanych przypadkach odpowiednio równa πR^2 , $\pi R^2 + 4R^2$, R^2 . Powierzchnia promieniująca to odpowiednio $4\pi R^2$, $4\pi R^2 + 4\pi R^2$, $6R^2$. Stosunki powierzchni pochłaniającej do promieniującej wynoszą zatem odpowiednio $\frac{1}{4}$, $\frac{\pi+4}{8\pi}$, $\frac{1}{6}$. Zatem najwyższą temperaturę będzie miał "walec", a najniższą sześcian.

Rozwiązanie zadania 8

Oznaczmy następująco: ρ - gęstość mleka przed rozdziałem, h - wysokość słupa mleka przed rozdziałem, ρ_2 - gęstość mleka po rozdziale, ρ_1 - gęstość śmietany, V_1 - objętość śmietany, V_2 - objętość mleka po rozdzieleniu faz, h_1 - wysokość słupa śmietany, h_2 - wysokość słupa mleka po rozdzieleniu faz.

Ponieważ rozdział faz nie zmienia całkowitej objętości i masy, mamy:

$$\rho(V_1 + V_2) = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2,$$

stąd

$$(\rho_2 - \rho) V_2 = (\rho - \rho_1) V_1.$$

Z kształtu naczynia i z tego, że śmietana jest na górze, wynika, że $\frac{V_2}{V_1} > \frac{h_2}{h_1}$. Zatem uwzględniając powyższe (oraz to, że $\rho_2 - \rho > 0$, $\rho - \rho_1 > 0$) otrzymamy

$$(\rho_2 - \rho) h_2 < (\rho - \rho_1) h_1.$$

Tę nierówność można przepisać w postaci

$$\rho_1 h_1 g + \rho_2 h_2 g < \rho (h_1 + h_2) g,$$

gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim.

Ciśnienie hydrostatyczne przed podziałem jest równe $\rho h g$, a po podziale $\rho_1 h_1 g + \rho_2 h_2 g$. Ponieważ całkowita objętość nie ulega zmianie, mamy $h = h_1 + h_2$. Zatem powyższa nierówność oznacza, że po rozdzieleniu faz ciśnienie na dnie naczynia zmaleje.

Rozwiązanie zadania 9.

Praca wykonana przez siłę tarcia jest równa $\mu \Delta x g m$, gdzie Δx jest poziomym przemieszczeniem klocka. Praca wykonana przez grawitację jest równa $\Delta y g m$, gdzie Δy jest pionowym przemieszczeniem klocka. Z zasady zachowania energii $\Delta y g m = \mu \Delta x g m$, czyli $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \mu$. Zatem punkt, w którym klocek się zatrzyma, jest przecięciem prostej o kącie nachylenia $-\mu$ z torem, po którym porusza się klocek. W rozpatrywanym przypadku oznacza to, że klocek zatrzyma się w miejscu, w którym kąt nachylenia względem poziomu jest równy 40° .

Rozwiązanie zadania 10

Ruch drgający struny jest równoważny rzutowi obracającej się z prędkością kątową $\omega = 2\pi \cdot f$ wokół osi x sinusoidy $y = A \sin \pi \frac{x}{L}$, $x \in [0, L]$. Z prawa indukcji Faradaya największa wartość siły motorycznej jest równa

$$\mathcal{E} = BS\omega = 4BALf \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{V}.$$

Rozwiązanie zadania 11

Energia kinetyczna ruchu postępowego samochodu jest równa $E_{pos.} = \frac{1}{2} M v^2$, gdzie M jest jego całkowitą masą (włącznie z masą kół), a v – prędkością. Energia kinetyczna ruchu obrotowego kół to $E_{obr.} = 4 \cdot \frac{1}{2} I \omega^2$, gdzie I jest momentem bezwładności jednego koła, a ω – prędkością kątową jego ruchu obrotowego. Skoro samochód porusza się bez poślizgu, to $\omega = \frac{v}{R}$, gdzie R jest promieniem koła. Z drugiej strony $I = \alpha m R^2$, gdzie α jest pewnym bezwymiarowym parametrem, a m – masą koła. Zatem

$$\frac{E_{obr.}}{E_{pos.}} = 4 \frac{m}{M} \alpha.$$

Dla pełnego krążka $\alpha = 0,5$. W przypadku gdyby masa była tylko na jego brzegu $\alpha = 1$. Wartość α dla danego koła jest zatem zapewne wartością pośrednią między tymi dwiema. Zatem przyjmując $M = 50m$ otrzymamy

$$\frac{1}{25} < \frac{E_{obr.}}{E_{pos.}} < \frac{2}{25}$$

Rozwiązanie zadania 12

Różnica napięć między i -tym oraz $i + 1$ -tym wierzchołkiem jest równa

$$U_o \cos \left(\omega t + i \frac{\pi}{2} \right) - U_o \cos \left[\omega t + (i + 1) \frac{\pi}{2} \right] = -2U_o \sin \left(\omega t + i \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \frac{\pi}{4}.$$

Jest to napięcie sinusoidalne o amplitudzie $2U_o \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}U_o$. Moc wydzielająca się na oporniku o oporze R będzie równa $\frac{(\sqrt{2}U_o)^2}{2R}$. W przypadku połączenia w gwiazdę różnica napięć na końcach i -tego opornika wynosi U_i , a zatem wydzielana moc jest równa $\frac{(U_o)^2}{2r}$.

Ponieważ $\frac{(U_0)^2}{2r} = \frac{(\sqrt{2}U_0)^2}{2R}$, dostajemy stąd

$$r = \frac{R}{2}.$$

Rozwiązanie zadania 13

Całkowita siła działająca na układ złożony z prostoliniowych fragmentów przewodników \vec{l}_i (zwrot wektora jest określony przez przepływający prąd) znajdujący się w stałym polu magnetycznym o indukcji \vec{B} wynosi

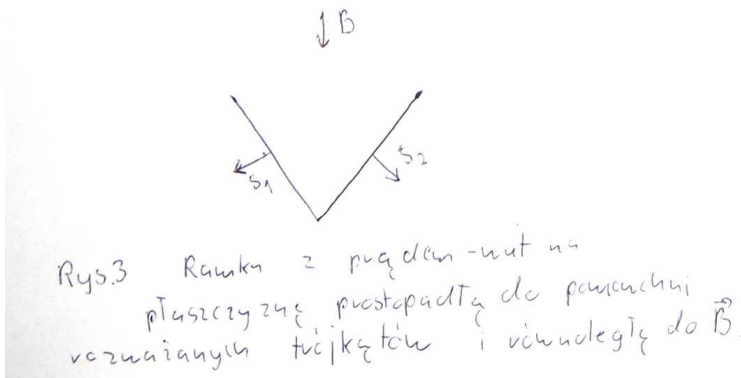
$$\vec{F} = \sum_i I \vec{l}_i \times \vec{B} = I \left(\sum_i \vec{l}_i \right) \times \vec{B}.$$

Ponieważ dla obwodu zamkniętego $\sum_i \vec{l}_i = \vec{0}$, oznacza to, że ta siła jest równa $\vec{0}$.

Nasz układ możemy traktować jako układ dwóch połączonych ze sobą jednym bokiem trójkątów równobocznych. Po obwodzie każdego trójkąta płynie prąd I o kierunku tak dobranym, żeby sumaryczny prąd płynący wzdłuż wspólnej krawędzi trójkątów był równy 0. Całkowity moment siły działający na nasz układ jest równy

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^2 I \vec{S}_i \times \vec{B} = I \left(\sum_{i=1}^2 \vec{S}_i \right) \times \vec{B},$$

gdzie \vec{S}_i jest wektorem prostopadłym do trójkąta i , o długości równej polu trójkąta, a zwrocie określonym zgodnie z reguła śruby prawoskrętnej przez kierunek prądu opływającego dany trójkąt (patrz rys. 3). Zauważmy, że rzuty $\sum_{i=1}^2 \vec{S}_i$ na kierunki prostopadłe do \vec{B} , określone przez krawędzie czworościanu, które nie wchodzą w skład ramki, są równe 0. Zatem całkowity moment siły działający na ramkę jest równy $\vec{0}$.



Rozwiązanie zadania 14

Ta sytuacja jest możliwa, gdy prąd płynący przez układ jest prądem zmiennym. Poszczególnymi elementami układu powinny być (w dowolnej kolejności): kondensator, cewka oraz dowolny element o zawadzie równej Z (np. opornik, kondensator, cewka), przy czym ich odpowiednio pojemność, indukcyjność i Z powinny spełniać warunek $Z = \frac{1}{\omega C} = \omega L$, gdzie ω jest częstotliwością prądu.

Rozwiązanie zadania 15

W nieinercjalnym układzie odniesienia związanym z butelką, efektywne przyspieszenie ziemskie jest równe $\vec{g}_{ef} = \vec{g} - \vec{a}$, gdzie \vec{a} jest przyspieszeniem butelki. Ponieważ butelka waha się swobodnie, \vec{a} jest równe prostopadłej do kierunku nici składowej przyspieszenia ziemskiego. To oznacza, że \vec{g}_{ef} jest skierowane wzdłuż nici. Powierzchnia wody w butelce będzie prostopadła do \vec{g}_{ef} , co oznacza b) $\beta = \alpha$.