Rozwiązanie zadania 1.

Promień powstałej bańki jest większy niż promień każdej z pierwotnych baniek, a zatem, zgodnie z podanym w treści zadania wzorem na nadciśnienie, jest ono mniejsze w przypadku nowo powstałej bańki. Ponieważ temperatura oraz całkowita ilość gazu nie ulegają zmianie, a ciśnienie się zmniejszyło, z równania stanu gazu doskonałego $pV = nRT$ wynika, że objętość powstałej bańki jest większa niż suma objętości baniek pierwotnych. Zatem, na podstawie prawa Archimedesa, siła wyporu jest w końcowej sytuacji większa niż w początkowej i powstała bańka zacznie się wznosić.

Rozwiązanie zadania 2.

Opór powietrza rośnie ze wzrostem prędkości samochodu, zatem straty energii związane z tym oporem będą mniejsze, gdy samochód będzie się poruszał wolniej. Oznacza to, że w początkowej fazie ruchu (do dojechania do poziomego fragmentu toru lub przebyciu odpowiedniej drogi w przypadku A) samochód poruszający się po torze B wytraci najmniej energii kinetycznej. A zatem samochód poruszający się po torze B pokona największą drogę do momentu zatrzymania.

Rozwiązanie zadania 3.

Puchar z galaretką jest mniej stabilny niż pusty puchar, jeśli jego środek ciężkości znajduje się wyżej, niż środek ciężkości pustego pucharu. A to zajdzie, jeśli środek ciężkości samej galaretki będzie wyżej niż środek ciężkości pustego pucharu. Środek ciężkości pucharu znajduje się na wysokości $2H/3$ (puchar możemy traktować jako zbudowany z wielu przylegających do siebie trójkątów, a środek ciężkości trójkąta znajduje się w jednej trzeciej odległości od podstawy). Środek ciężkości galaretki jest na wysokości $3h/4$ (galaretka tworzy stożek, a środek ciężkości stożka jest w odległości $\frac{1}{4}h$ od jego podstawy). Zatem w skrajnym przypadku nasz warunek oznacza $2H/3 = 3h/4$. Stąd szukane $h = 8H/9$.

Rozwiązanie zadania 4.

Im wyższa jest temperatura ciała doskonale czarnego, tym więcej jego promieniowanie zawiera składowych o mniejszej długości fali (i większej częstotliwości), a zatem odpowiadających kolorowi niebieskiemu. Czyli wyższa temperatura barwowa odpowiada zimniejszym kolorom.

Rozwiązanie zadania 5.

Bardzo duża kula w pobliżu małej kulki jest dla niej praktycznie płaszczyzną. Umieśćmy po drugiej stronie małej kulki drugą taką samą płaszczyznę o temperaturze T. Ponieważ płaszczyzny są nieskończone, praktycznie całe promieniowanie wychodzące z małej kulki dotrze do jednej z płaszczyzn (miara kąta bryłowego odpowiadającego promieniowaniu trafiającemu w „szparę" między płytami jest równa 0). Mała kulka o temperaturze T_x i powierzchni s emituje promieniowanie o mocy $s\sigma T_x^4$. W rozważanej sytuacji z dwoma płaszczyznami równowagowa temperatura małej kulki musi być równa T. To oznacza, że z obu płaszczyzn dochodzi do małej kulki promieniowanie o mocy $s\sigma T^4$. Zatem z jednej płaszczyzny (będącej przybliżeniem dużej kuli) do małej kulki dochodzi promieniowanie o mocy $s\sigma T^4/2$. Ponieważ układ ma być w stanie równowagi termodynamicznej, musi być $s\sigma T_x^4 = s\sigma T^4/2$. Stąd $T_x = T/\sqrt[4]{2}$.

Rozwiązanie zadania 6.

Gdy sznurek przechodzi przez rurkę, prędkość fragmentu sznurka, który zsunął się ze stołu, jest skierowana pionowo. Gdy nie ma rurki kierującej sznurek w dół, fragment sznurka opuszczający stół ma początkowo prędkość skierowaną poziomo i w efekcie fragmenty sznurka, które zsunęły się ze stołu mają niezerową poziomą składową prędkości. A więc, dla tej samej długości części sznurka pozostałej na stole, całkowita grawitacyjna energia potencjalna sznurka będzie większa w przypadku B, stąd jego prędkość będzie większa w przypadku A. Zatem sznurek szybciej się zsunie w sytuacji A.

Rozwiązanie zadania 7.

Załóżmy, że jeden z punktów podparcia znajdzie się blisko środka ciężkości pręta. W takiej sytuacji siła nacisku na drugi punkt podparcia stanie się bliska zeru zero, a zatem również siła tarcia między nim a prętem stanie się równa bliska zeru. To oznacza, że ten drugi punkt podparcia będzie się zbliżał do środka ciężkości pręta, a pierwszy pozostanie blisko środka ciężkości. Ten ruch skończy się, gdy punkty podparcia się spotkają – dokładnie pod środkiem masy pręta. Zatem końcowe położenie obu punktów podparcia znajduje się pod środkiem masy pręta, czyli w rozważanej sytuacji – w jego połowie.

Rozwiązanie zadania 8.

Na górnej płytce (patrząc przeciwnie do kierunku $\vec{E}$) wyindukuje się ładunek $-Q$, natomiast na dolnej – ładunek $+Q$, tak, by napięcie między tymi płytkami było równe 0. A takie napięcie oznacza, że pomiędzy płytkami natężenie wypadkowego pola elektrycznego jest równe 0. Wewnątrz każdej z płytek pole elektryczne zmienia się od $\vec{E}$ do $\vec{0}$ (lub od $\vec{0}$ do $\vec{E}$). To oznacza, że każda z płytek znajduje się w zewnętrznym polu elektrycznym o natężeniu $\vec{E}/2$ (to, że jest to $\vec{E}/2$, a nie $\vec{E}$, jest wynikiem oddziaływania ładunku wyindukowanego na drugiej płytce). Zatem po usunięciu prętów dolna płytka (o ładunku dodatnim) będzie się przemieszczała zgodnie z kierunkiem $\vec{E}$ (czyli w dół), a górna – przeciwnie da tego kierunku (czyli w górę).

Rozwiązanie zadania 9.

Doskonałość aerodynamiczna 20 oznacza, że pozioma siła oporu działająca na samolot jest równa $F_R = mg/20$, gdzie mg jest ciężarem samolotu. Zatem praca niezbędna do przemieszczenia samolotu na podaną odległość wynosi $W = F_R \cdot 100\ \mathrm{km}\ = 2000\ \mathrm{kg}\ \cdot 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100000\ \mathrm{m}/20 = 98\ \mathrm{MJ}$. Zatem na przebycie odległości 100 km nasz samolot potrzebuje paliwa o objętości $W/\left(0{,}2 \cdot 30\ \mathrm{MJ/l}\right) \approx 16\ \mathrm{l}$.

Rozwiązanie zadania 10.

Możliwe są alternatywne rozwiązania.

1. Pole magnetyczne wytworzone przez jedną z rozważanych płyt jest analogiczne do pola elektrycznego wytworzone przez dwie równoległe, bliskie siebie warstwy ładunków o równych co do wartości gęstościach, ale przeciwnych znakach. Natężenie pola elektrycznego na zewnątrz takich warstw jest równe zeru – podobnie jak równe zeru jest natężenie pola elektrycznego na zewnątrz kondensatora płaskiego w pobliżu jego okładek i z dala od jego brzegów. Zatem pole magnetyczne wytwarzane przez rozpatrywaną warstwę jest w rozważanym przybliżeniu zerowe, czyli siła oddziaływania płyt jest równa zeru.

2. Każdy z magnesów wytwarza pole lokalne. Strumień tego pola przez płaszczyznę płyty jest równy zeru, bo linie są zamknięte. Zatem strumień pola wszystkich magnesów danej płyty jest równy zeru. Ponieważ pole płyty jest jednorodne (poza brzegami), więc musi być bliskie zeru.

3. Magnes jest równoważny pętli z prądem. Prądy płynące w stykających sie magnesach są przeciwne i się znoszą. Pozostaje prąd płynący po obwodzie płyty, a dla dużej płyty pole magnetyczne wytwarzane przez ten prąd jest zaniedbywalne z dala od brzegów płyty.

Rozwiązanie zadania 11.

Zderzenie kulki ze ścianą trwa bardzo krótko (nieskończenie krótko jeśli współczynnik sprężystości jest nieskończony), a zatem siła nacisku N kulki na ścianę jest bardzo duża (nieskończona). Ponieważ działająca do góry na kulkę siła tarcia wynosi μN, gdzie $\mu \neq 0$, będzie ona również bardzo duża (nieskończona), a zatem większa od ciężaru kulki. Zatem w rozważanym przybliżeniu kulka zawsze podskoczy.

Uwaga: To, że siła tarcia jest bardzo duża, nie oznacza, że wysokość „podskoku” będzie duża, gdyż czas działania tej siły jest bardzo krótki.

Rozwiązanie zadania 12.

Przyspieszenie grawitacyjne na szczycie rozważanej góry, czyli na powierzchni małej kuli w punkcie najbardziej odległym od Ziemi jest sumą przyspieszeń od kuli ziemskiej oraz małej kuli i wynosi $g_{\text{na szczycie}} = G\frac{M}{(R+2r)^2} + G\frac{m}{r^2}$, gdzie M jest masą Ziemi, R – promieniem Ziemi, m – masą małej kulki r – promieniem małej kulki, G – uniwersalną stałą grawitacyjną. Przyjmując, że przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni Ziemi wynosi g, możemy ten wzór przekształcić do postaci

$$\begin{aligned} g_{\text{na szczycie}} &= g\frac{R^2}{(R+2r)^2} + g\frac{\rho r}{\rho_{\text{Ziemi}} R} \\ &= g\left[\frac{1}{(1+2r/R)^2} + \frac{\rho}{\rho_{\text{Ziemi}}}\frac{r}{R}\right], \end{aligned}$$

gdzie ρ_{Ziemi} jest średnią gęstością Ziemi.

Bezpośrednie podstawienie do tego wzoru wartości liczbowych $r \approx 4{,}5$ km (połowa wysokości Mount Everest), $R \approx 6400$ km, $\rho_{\text{Ziemi}} = 5{,}5\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho = 3\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ prowadzi do wartości wyrażenia w nawiasie mniejszej od 1, a zatem do wniosku, że na szczycie góry przyspieszenie grawitacyjne jest mniejsze niż na poziomie morza.

Można też skorzystać ze słusznego dla $x \ll 1$ przybliżenia $\frac{1}{(1+x)^2} \approx 1-2x$, prowadzącego do wzoru

$$g_{\text{na szczycie}} \approx g\left[1 - \frac{4r}{R} + \frac{\rho}{\rho_{\text{Ziemi}}}\frac{r}{R}\right]$$

który oznacza, że jeśli $\frac{\rho}{\rho_{\text{Ziemi}}} < 4$ (co jest spełnione w naszym przypadku), to $g_{\text{na szczycie}} < g$ niezależnie od wartości r (pod warunkiem $r \ll R$, spełnionym dla wszystkich realnych ziemskich gór).

Rozwiązanie zadania 13.

Z prawa Gaussa wynika, że szukany ładunek $Q = \varepsilon_0 S\,|E_{\text{Al}} - E_{\text{Fe}}|$, gdzie S jest podaną w treści zadania powierzchnią (1 cm^2), natomiast E_{Al}, E_{Fe} – natężeniem prostopadłego do niej pola elektrycznego tuż przy granicy metali odpowiednio w glinie i w żelazie. Ponieważ nie jest określony zwrot przepływającego prądu, uwzględniliśmy w tym wzorze wartość bezwzględną różnicy natężeń pól.

Z prawa Ohma wynika

$$E_i = \frac{I}{\sigma_i S},$$

gdzie $i =$ Al, Fe, natomiast σ_i jest przewodnictwem właściwym odpowiedniego metalu: $\sigma_{\text{Al}} = 3{,}7 \cdot 10^7\ \frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}$, $\sigma_{\text{Fe}} = 1 \cdot 10^7\ \frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}$. Podstawiając wartości liczbowe $I = 100$ A, $S = 10^{-4}$ m^2, $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ F/m) otrzymamy

$$Q = \varepsilon_0 I \left|\frac{1}{\sigma_{\text{Al}}} - \frac{1}{\sigma_{\text{Fe}}}\right| = 6,5 \cdot 10^{-17}\ \text{C}.$$

Uwzględniając, że ładunek elementarny wynosi $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, znajdujemy liczbę elektronów na rozpatrywanej granicy

$$\frac{Q}{e} \approx 400.$$

Rozwiązanie zadania 14.

W przypadku B występują tylko opory toczenia i opory aerodynamiczne - amortyzator pozostaje nieruchomy, zatem nie ma związanych z nim strat.

W przypadku A amortyzatory w trakcie obrotu skracają się i wydłużają, a ponieważ występuje tłumienie, są też związane z tym straty energii. Ponieważ opory toczenia i opory aerodynamiczne są takie same jak w przypadku B, jadąc na rowerze A wykonamy większą pracę.

Rozwiązanie zadania 15.

Aby umieścić moduł na orbicie, należy nadać mu pierwszą prędkość kosmiczną, określoną znanym wzorem $v_{\text{I}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, gdzie G jest uniwersalną stałą grawitacyjną, M – masą danej planety a R jest jej promieniem. Podstawiając $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}$ oraz parametry Marsa $M = 6{,}4 \cdot 10^{23}$ kg, $R = 3400$ km, otrzymamy że dla Marsa $v_{\text{I}} = 3{,}5$ km/s (można też wprost skorzystać z wartości v_{I} dla

Marsa znalezionej w dostępnych źródłach). Ponieważ spalanie paliwa trwa bardzo krótko, możemy w tym czasie zaniedbać grawitację Marsa i skorzystać ze wzoru Ciołkowskiego. Przekształcając ten wzór i podstawiając $\Delta v = v_\mathrm{I}$ otrzymujemy

$$M_\mathrm{p} = M_\mathrm{k} e^{v_\mathrm{I}/v_\mathrm{w}} \approx 2{,}5 \text{ tony.}$$