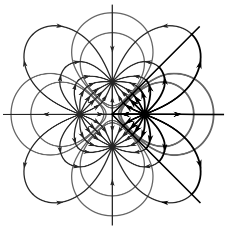


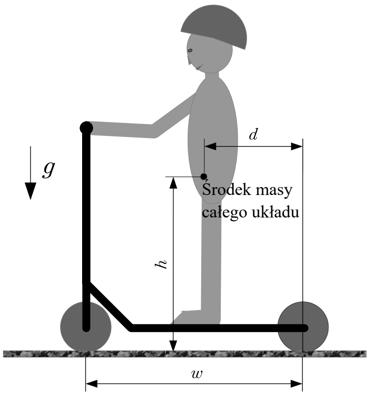
LXX OLIMPIADA FIZYCZNA

ZAWODY III STOPNIA

CZĘŚĆ TEORETYCZNA, 11.04.2021

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1



Rozważmy hulajnogę elektryczną wraz z jadącą na niej osobą. Całkowita masa układu jest równa M, a masę kół oraz wirnika silnika można pominąć. Promień każdego z kół hulajnogi wynosi r, odległość między ich osiami jest równa w. Składowe pozioma oraz pionowa położenia środka masy hulajnogi wraz z jadącą na niej osobą, mierzone względem punktu styczności tylnego koła z drogą, wynoszą odpowiednio d oraz h – patrz rysunek. Hulajnoga ma napęd na przednie koło, a maksymalna moc jej silnika wynosi P. Współczynnik tarcia kół o podłoże jest równy f, a droga jest pozioma. Zakładając, że przy dowolnej prędkości silnik może działać z pełną mocą oraz pomijając opory ruchu, wyznacz minimalny czas rozpędzania hulajnogi od spoczynku do prędkości v_k.

Podaj wynik liczbowy dla $v_\mathrm{k} = 25$ km/h, $P = 500$ W, $M = 80$ kg, $h = 1{,}0$ m, $r = 0{,}1$ m, $w = 1{,}0$ m, $d = 0{,}5$ m, $g = 9{,}8$ m/s^2, $f = 0{,}5$.

Zadanie 2

Zamknięty obwód kołowy (pętla) znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o zmiennej indukcji. W przedziale czasu $0 < t < t_0$ ta indukcja wyraża się wzorem

$$B(t) = B_0\left(1 - \left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right),$$

gdzie B_0 i t_0 są stałymi parametrami. Pętla ma promień r i jest wykonana z drutu o oporze na jednostkę długości ρ. Płaszczyzna obwodu jest prostopadła do kierunku pola magnetycznego.

Wyznacz minimalną wytrzymałość drutu na zerwanie W taką, żeby w przedziale czasu $0 < t < t_0$ pętla nie uległa rozerwaniu.

Podaj wartość liczbową tej wytrzymałości dla $B_0 = 4$ T, $t_0 = 0{,}2$ s, $r = 10$ cm, $\rho = 0{,}1$ Ω/m.

Pomiń rozciągliwość (sprężystość) drutu oraz przyjmij, że indukcja pola magnetycznego pochodzącego od prądu płynącego w pętli jest znacznie mniejsza od indukcji pola zewnętrznego.

Wytrzymałość drutu na zerwanie to maksymalna rozciągająca go siła, przy której nie ulegnie on rozerwaniu.

Zadanie 3

Nowo powstała spółka „Na Marsie będzie Ci lżej" planuje organizować wycieczki z niskiej orbity okołoziemskiej w pobliże Marsa (pozostałe części podróży klienci mają przebyć własnym transportem lub wynająć kosmiczną taksówkę).

Przyjmij, że wycieczkę można podzielić na następujące etapy:

1. Oddalenie się z niskiej (odległość od powierzchni Ziemi jest znacznie mniejsza od jej promienia), kołowej orbity okołoziemskiej na stosunkowo dużą odległość od Ziemi (taką, że wpływ pola grawitacyjnego Ziemi można zaniedbać, ale małą w porównaniu z odległością Ziemia – Mars). Na tym etapie pomijamy grawitację Słońca, a uwzględniamy tylko grawitację Ziemi.

2. Lot swobodny w dalekie okolice Marsa (na odległość od Słońca równą odległości Mars – Słońce). Na tym etapie pomijamy grawitację Ziemi i Marsa, a uwzględniamy tylko grawitację Słońca. Przyjmij, że prędkość początkowa jest tu styczna do okołosłonecznej orbity Ziemi.

Masa rakiety niewypełnionej paliwem, ale wraz z ładunkiem oraz pasażerami jest równa m_0. Prędkość wylotowa gazów z dysz jest równa v_g. Ze względów ekologicznych rakieta nie odrzuca żadnych opróżnionych zbiorników ani członów. Jej silnik jest włączany na krótki czas tylko na początku. W trakcie działania silnika wpływ grawitacji na ruch rakiety można pominąć.

Przyjmij, że orbity Ziemi, Marsa, oraz orbita okołoziemska są kołowe oraz leżą w tej samej płaszczyźnie. Niska orbita dookoła planety oznacza tu orbitę kołową na wysokości małej w porównaniu z promieniem tej planety. Masa Słońca to M_S. Masa Ziemi, promień Ziemi, odległości od środka Słońca środków do Ziemi oraz Marsa to odpowiednio M_Z, r_Z, d_Z oraz d_M. Uniwersalna stała grawitacyjna to G.

Wyznacz minimalną masę paliwa wraz z utleniaczem m_p, którymi należy napełnić rakietę, aby osiągnęła cel wycieczki.

Zakładamy, że rakieta wyrusza w podróż w najbardziej optymalnym momencie (przy odpowiednim położeniu względnym Marsa i Ziemi).

Podaj wyniki liczbowe przyjmując $m_0 = 3{,}00 \cdot 10^3$ kg, $v_\mathrm{g} = 3{,}00 \cdot 10^3$ m/s, $M_\mathrm{S} = 2{,}00 \cdot 10^{30}$ kg, $M_\mathrm{Z} = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, $r_\mathrm{Z} = 6{,}37 \cdot 10^6$ m, $d_\mathrm{Z} = 1{,}50 \cdot 10^{11}$ m, $d_\mathrm{M} = 2{,}30 \cdot 10^{11}$ m, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m^3/(kg·s).

Informacje, które moga być przydatne:

Zmiana prędkości rakiety Δv pod wpływem działania jej silnika jest dana wzorem Ciołkowskiego

$$\Delta v = v_\mathrm{g} \ln \frac{m_\mathrm{p}}{m_\mathrm{k}},$$

gdzie ln oznacza logarytm naturalny (logarytm o podstawie $e \approx 2{,}718$), m_k jest całkowitą masą końcową, a m_p – całkowitą masą początkową.

Uwaga o pomijaniu grawitacji Słońca dotyczy pominięcia jej wpływu na ruch rakiety względem Ziemi.