

Na ciecz przepływającą przez wąską rurkę działa siła oporu  $F_{op}$  proporcjonalna do iloczynu długości rurki  $L$  oraz przepływu cieczy  $Q$  (masy cieczy wypływającej z rurki w jednostce czasu). Możemy zatem zapisać  $F_{op} = \alpha \cdot Q \cdot L$ , gdzie  $\alpha$  jest pewnym współczynnikiem. Masz do dyspozycji:

- plastikową butelkę o pojemności około 1 litra,
- menzurkę o pojemności około 1 litra,
- olej spożywczy (np. słonecznikowy),
- linijkę lub papier milimetrowy,
- słomkę do napojów o średnicy  $5 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ ,
- plastelinę i taśmę klejącą,
- nożyczki do cięcia butelki i słomki,
- statyw,
- kamerę internetową podłączoną do komputera z programem umożliwiającym odczytanie dokładnego czasu danej klatki filmu.

Wyznacz zależność przepływu oleju przez słomkę od ciśnienia na wysokości wlotu słomki. Pomiary przeprowadź w zakresie ciśnień od 0 do 1200 Pa ponad ciśnienie atmosferyczne. Na tej podstawie wyznacz współczynnik  $\alpha$ . Przyjmij, że gęstość oleju wynosi  $\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3$ .

## Rozwiązanie:

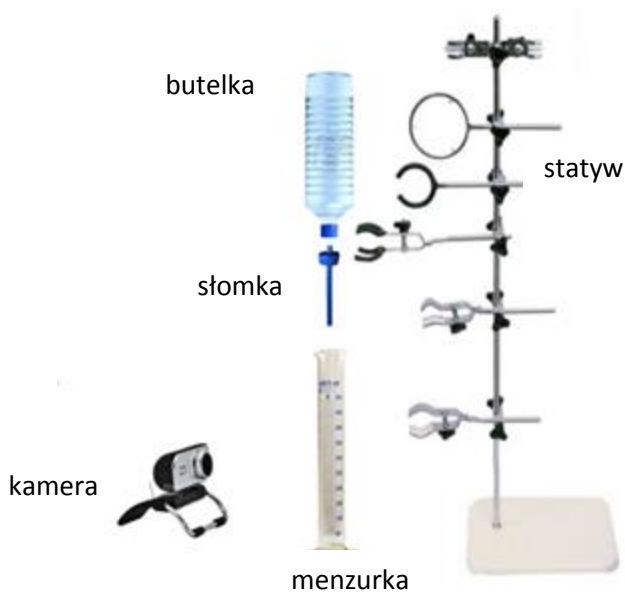
### Część teoretyczna

W celu zbadania prędkości przepływu oleju przez słomkę można wykorzystać układ doświadczalny przedstawiony na Rys. 1. W takim układzie olej przepływa z naczynia górnego (butelka) do dolnego (menzurka) poprzez słomkę włożoną w otwór korka nakręconego na gwint butelki. Można w przybliżeniu uznać, że siły działające na olej znajdujący się w danej chwili w pionowo ustawionej słomce równoważą się. W tym przypadku jedyną siłą działającą pionowo w górę jest siła oporu  $\alpha \cdot Q \cdot L$ . Natomiast pionowo w dół działają siła ciężkości  $m \cdot g$  (gdzie  $m$  oznacza masę oleju w słomce) oraz siła wynikająca z ciśnienia hydrostatycznego oleju zgromadzonego w butelce  $\rho \cdot S \cdot H \cdot g$  (gdzie  $H$  to wysokość słupa oleju w butelce, a  $S$  to pole powierzchni przekroju poprzecznego słomki). Warunek równowagi sił można zapisać następująco:

$$\alpha \cdot Q \cdot L = m \cdot g + \rho \cdot S \cdot H \cdot g. \quad (1)$$

Pamiętając, że  $m = \rho \cdot S \cdot L$ , po prostych przekształceniach można otrzymać

$$Q = (1/\alpha) \cdot (\rho \cdot S/L), \quad (2)$$



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego.

gdzie  $p = \rho \cdot (L+H) \cdot g = p_w + \rho \cdot L \cdot g$  oznacza ciśnienie hydrostatyczne oleju na dolnej krawędzi (wylocie) słomki, natomiast

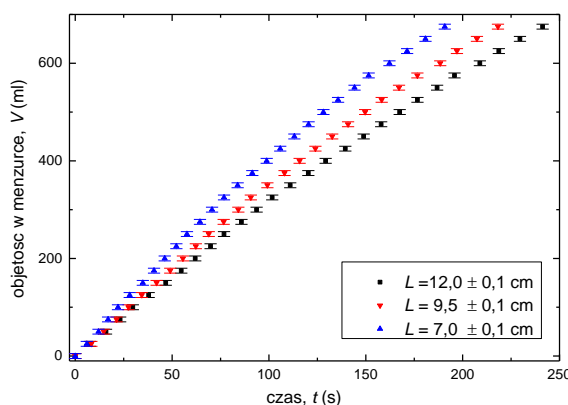
$$p_w = \rho \cdot H \cdot g \quad (3)$$

jest podaną w treści zadania nadwyżką ciśnienia ponad ciśnienie atmosferyczne na górnej krawędzi (wlocie) słomki. Zatem, mierząc zależność przepływu  $Q$  od ciśnienia  $p$ , można wyznaczyć współczynnik  $\alpha$ . W temperaturze pokojowej olej jest około 750 razy gęstszy od powietrza, dlatego w porównaniu z ciśnieniem hydrostatycznym oleju można zaniedbać zmianę ciśnienia atmosferycznego na różnicy wysokości  $H + L$ .

### Część doświadczalna

Górne naczynie zostało wykonane z plastikowej butelki o pojemności 1 litra z odciętym dnem. Przy pomocy statywu butelkę można było ustawić pionowo z szyjką skierowaną do dołu. W plastikowym korku nakręconym na gwint butelki wykonano wcześniej nożyczkami otwór, przez który włożono słomkę o średnicy  $4,7 \pm 0,2$  mm i długości  $L = 12,0 \pm 0,1$  cm, a otwór uszczelniono plasteliną. Górny koniec słomki nieznacznie wystawał ponad dolną powierzchnię korka. Pod słomkę podstawiono menzurkę, na którą skierowano kamerę internetową podłączoną do komputera.

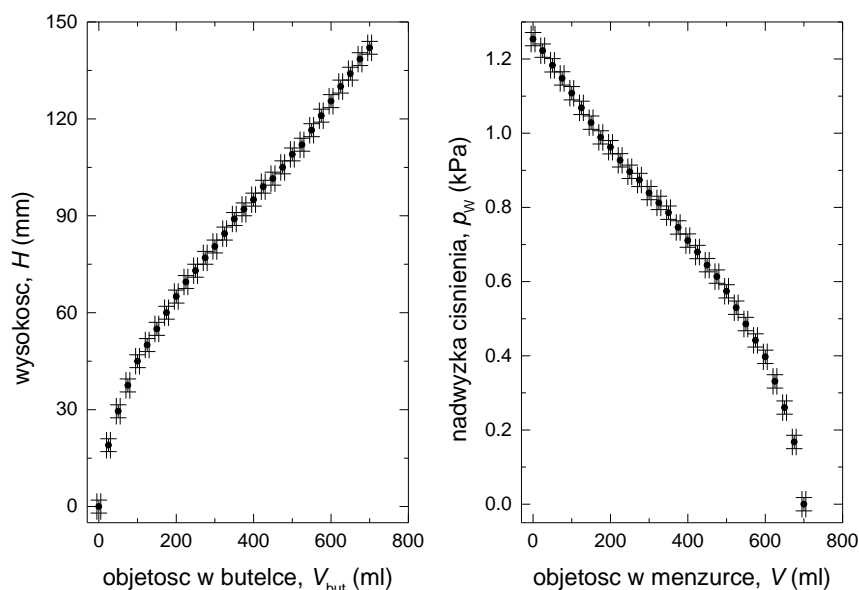
Zatkawszy uprzednio dolny koniec słomki palcem, do górnego naczynia wiano  $V_0 = 700 \pm 5$  ml oleju. Po włączeniu kamery odetkano słomkę i rejestrowano obraz menzurki do czasu, aż cały olej znajdujący się powyżej górnego końca słomki spłynął do dolnego naczynia. Następnie dwukrotnie powtórzono eksperyment dla słomki skróconej kolejno do długości  $9,5 \pm 0,1$  cm i  $7,0 \pm 0,1$  cm. Nagrane filmy odtwarzano w programie umożliwiającym odczytywanie chwili zarejestrowania danej klatki filmowej z dokładnością lepszą niż 1 sekunda (w opisanym tutaj rozwiązaniu użyto programu VirtualDub; inne to np. Avidemux, Windows Movie Maker, AVITricks Video Editor, Quick Time). Zapisano chwile odpowiadające określonym objętościom oleju w menzurce i w rezultacie uzyskano pokazane na Rys. 2 zależności objętości oleju w menzurce  $V$  od czasu  $t$ .



Rys. 2. Wyniki pomiarów dla różnej długości słomki.

Menzurka, której obraz nagrywano kamerą internetową, umożliwiała bezpośredni pomiar – jako funkcji czasu – objętości (a zatem i masy) oleju, który przepłynął przez słomkę. Jednak w celu zbadania zależności przepływu  $Q$  od ciśnienia  $p$ , potrzebny byłby równoczesny pomiar ciśnienia – wyrażonego w milimetrach słupa oleju – na dolnym końcu słomki. Zwyczajna kamera internetowa użyta w przedstawionym tutaj rozwiązaniu uniemożliwiała jednoczesny zapis wyraźnego obrazu poziomu oleju w menzurce i butelce. Dlatego nie można było wykonać bezpośredniego pomiaru wysokości słupa oleju w górnym naczyniu jednocześnie z pomiarem objętości oleju zgromadzonego

w menzurce. Zamiast tego wykonano dodatkowy pomiar zależności wysokości poziomu cieczy w butelce od objętości tej cieczy  $V_{\text{but}}$ . Do górnego naczynia, z którego korka wyjęto słomkę a otwór zatkano plasteliną, wlewano kolejno porcje 25 ml oleju i zapisywano, jakiej wysokości słupa oleju to odpowiada; lewy panel na Rys. 3.

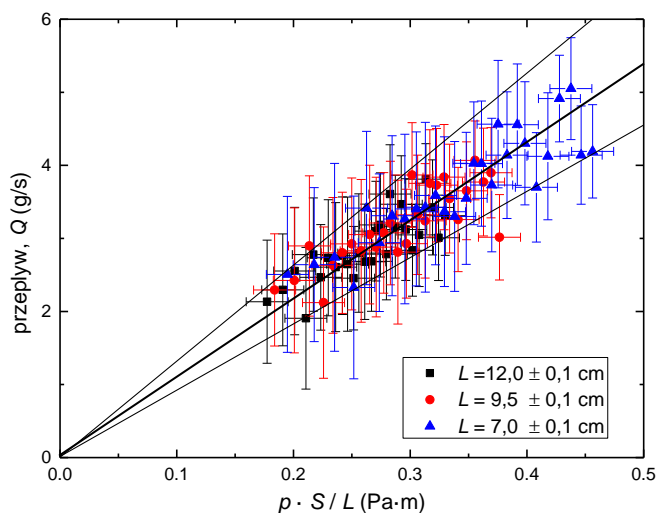


Rys. 3. Wyniki pomiarów zależności wysokości poziomu cieczy w butelce od objętości.

Wysokość  $H$  mierzona była linijką względem punktu, gdzie w opisanych powyżej pomiarach przepływu znajdowała się górna krawędź słomki. Zgodnie ze wzorem (3) wysokość  $H$  można przeliczyć na nadwyżkę ciśnienia na górnej krawędzi słomki  $p_w$ , natomiast w pomiarach przepływu objętość oleju w butelce  $V_{\text{but}}$  wiąże się z objętością oleju w menzurce  $V$  wzorem  $V_{\text{but}} = V_0 - V$ . W ten sposób otrzymano zależność nadwyżki ciśnienia na górnej krawędzi słomki  $p_w$  od objętości cieczy  $V$  znajdującej się w dolnym naczyniu; prawy panel na Rys. 3. Następnie dla każdej długości słomki  $L$  obliczono w kolejnych chwilach  $t$  ilorazy różnicowe

$$\rho \cdot [V(t+\Delta t) - V(t)] / \Delta t \approx Q(t),$$

które – przy dostatecznie małym kroku czasowym  $\Delta t$  – dobrze przybliżają szukany przepływ  $Q$ .



Rys. 4. Wyniki pomiarów przepływu oleju.

Ze wzoru (2) wynika, że w celu wyznaczenia współczynnika  $\alpha$  wygodnie jest wykreślić zależność przepływu  $Q$  od wielkości  $p \cdot S/L$ , co można uzyskać znając zależności  $Q(t)$ ,  $V(t)$  i  $p_w(V)$ ; patrz Rys. 4. Ostatecznie, poprzez dopasowanie trzech prostych do przedstawionych na Rys. 4 danych uzyskano szukaną wartość współczynnika wraz niepewnością pomiarową  $\alpha = 93 \pm 17 \text{ s}^{-1}$ .