Rozwiązanie zadania 1.

Średnia gęstość wody z bąbelkami jest mniejsza niż wody bez bąbelków, zatem piłka zanurzy się głębiej (lub utonie).

Rozwiązanie zadania 2.

Oznaczmy masę koła przez m, a działającą na nie siłę tarcia poślizgowego przez T. W ciągu czasu Δt siła ta powoduje zmianę prędkości liniowej koła o Δv, przy czym $m\Delta v = -T\Delta t$. Z drugiej strony, moment siły T powoduje zmianę prędkości kątowej $\Delta\omega$ wg wzoru $TR\Delta t = I\Delta\omega$, gdzie R to promień koła, a $I = mR^2$ jest momentem bezwładności. Z tych równań wynika związek między Δv a $\Delta\omega$:

$$\Delta v = -R\Delta\omega$$

Początkowo $v = 0$, $\omega = v_0/R$, a gdy poślizg ustanie, $v_k = \omega_k R$. Podstawiamy $\Delta v = v_k$, $\Delta\omega = \omega k - v_0/R$, skąd otrzymujemy $v_k = v_0/2$.

Zauważmy, że tylko $1/4$ początkowej energii kinetycznej zostanie zamieniona na energię kinetyczną ruchu postępowego koła, a połowa początkowej energii kinetycznej zostanie zamieniona na ciepło.

Rozwiązanie zadania 3.

Powietrze ma mniejszy współczynnik załamania niż woda, co oznacza, że nie zachodzi całkowite odbicie promieni padających na powierzchnię wody. Zatem w rozważanych warunkach rybka zawsze może zobaczyć wędkarza.

Rozwiązanie zadania 4.

Kierunki biegu fali dźwiękowej w powietrzu i w wodzie spełniają związek $\sin\alpha = \frac{v_p}{v_w}\sin\beta$, gdzie α jest kątem padania na powierzchnię wody, zaś β – kątem załamania w wodzie. W skrajnym przypadku $\sin\beta = 1$, co daje $\sin\alpha = \frac{v_p}{v_w} = n$. Dla danego h maksymalna odległość, przy której dźwięk nie ulegnie całkowitemu odbiciu od powierzchni wody, to $h\operatorname{tg}\alpha = h\frac{n}{\sqrt{1-n^2}}$. Ale te wzory obowiązują przy założeniu, że dźwięk w ośrodku jednorodnym rozchodzi się prostoliniowo (tzn. że można pominąć efekty falowe, np. dyfrakcję) i są prawdziwe dla odległości znacznie większych niż długość fali. Ponieważ w powietrzu długość fali dźwiękowej mówiącego człowieka może dochodzić do kilkudziesięciu centymetrów, efektów związanych z falową naturą dźwięku nie można pominąć. Zatem rację ma Kasia.

Rozwiązanie zadania 5.

Odp.: mniejszą siłą możemy działać sytuacji b).

Gdybyśmy działali siłą dokładnie w poziomie, byłoby to wszystko jedno. Pionowa składowa siły, jaką działamy na wózek, pomaga w uniesieniu kółek stykających się z progiem, przy czym mamy tu do czynienia z rodzajem dźwigni, której oś obrotu przechodzi przez oś kółek nie stykających się z progiem. W przypadku b) ramię pionowej składowej jest większe, a zatem możemy działać mniejszą siłą aby unieść kółka stykające się z progiem.

Uwaga: Powyższa analiza dotyczy sytuacji przedstawionej na rysunku, tzn. przejeżdżania pierwszą osią przez próg. Przejechanie drugą osią jest łatwiejsze, niż przejeżdżanie pierwszą: pozioma siła działająca na rączkę powoduje podnoszenie kółek, które nie przejechały przez próg. Ta siła jest mniejsza, niż siła potrzebna do uniesienia pierwszej osi wózka w przypadku a) – ramię tej poziomej siły względem odpowiedniej osi obrotu jest większe. Wartość minimalnej siły niezbędnej do przejechania drugą osią przez próg można jeszcze zmniejszyć, odpowiednio zmieniając jej kierunek – co nadal oznacza, że jest ona mniejsza od siły niezbędnej do przejechania pierwszą osią przez próg w przypadku a).

Analiza przejeżdżania drugą osią przez próg nie była wymagana.

Rozwiązanie zadania 6.

Ilość światła dochodząca do matrycy z danego punktu jest proporcjonalna do kąta bryłowego, pod jakim ten punkt "widzi" otwór, przez który światło wpada do aparatu, czyli do $\pi d^2/(4x^2)$, gdzie x jest odległością od tego punktu od obiektywu, a d średnicą otworu, przez który wpada światło. Z drugiej strony, powiększenie obiektu wynosi $p = f/x$ (gdy $x \gg f$, odległość y obrazu od soczewki jest w przybliżeniu równa f). Zatem mamy

$$\frac{\pi d^2}{4x^2} = \frac{\pi}{4}\frac{(f/F)^2}{(f/p)^2} = \frac{\pi}{4}\frac{p^2}{F^2}.$$

Przy ustalonym p ilość wpadającego światła zależy tylko od F i maleje ze wzrostem tej wielkości. Zatem Marek powinien użyć pierwszego obiektywu.

Rozwiązanie zadania 7.

Dane z tablic fizycznych: ciepło topnienia lodu $c_t = 333,7$ kJ/kg, ciepło parowania wody $c_p = 2257$ kJ/kg, ciepło właściwe wody $c_w = 4187$ J/(kg·K).

Ponieważ $c_p > c_t + c_w \cdot 100$ K, to w stanie końcowym będziemy mieli wodę w równowadze z parą wodną, a zatem temperatura końcowa wyniesie 100°C.

Rozwiązanie zadania 8.

Soczewka Fresnela jest równoważna zwykłej soczewce płasko-wypukłej. W soczewce płasko-wypukłej na granicy materiał soczewki-powietrze zachodzi częściowe odbicie światła. Gdy soczewka jest zwrócona do obserwatora stroną wypukłą, ta wypukłość działa jak zwierciadło wypukłe, co daje obraz pozorny, pomniejszony prosty. Gdy soczewka jest zwrócona do obserwatora stroną płaską, na granicy między stroną płaską a powietrzem mamy zwykłe odbicie (stąd niepomniejszony obraz), ale światło odbija się też na granicy między stroną wypukłą a powietrzem i to drugie odbicie jest równoważne odbiciu od zwierciadła wklęsłego, co (zauważmy, że ogniskowa – tak jak w przypadku zwykłej lupy – jest kilka razy mniejsza od odległości od okna) daje obraz rzeczywisty odwrócony.

Uwaga: Możliwe jest też zaobserwowanie obrazu z odbicia na granicy płaska powierzchnia – powietrze, gdy soczewka jest zwrócona stroną wypukłą do obserwatora. Taki obraz jest równoważny dwukrotnemu przejściu przez soczewkę i odbiciu od lustra. W sprzyjających warunkach można też zobaczyć więcej obrazów, wynikających z wielokrotnego odbicia światła.

Rozwiązanie zadania 9.

Gdyby prąd we wszystkich przewodach płynął w tę samą stronę, to byłoby $B = 0$ - wynika to np. z symetrii Ale nasz układ możemy potraktować jako superpozycję takiej właśnie sytuacji i prądu $2I$ płynącego w jednym z przewodów. Zatem z prawa Ampère'a $B = \mu_0 \frac{2I}{2\pi a} = \mu_0 \frac{I}{\pi a}$, gdzie μ_0 jest przenikalnością magnetyczną próżni.

Rozwiązanie zadania 10.

Siła powodująca ruch rozważanego ciała wynosi $mg \sin\alpha$. Dla małych α mamy $\sin\alpha \approx \alpha$, jednak dla większych $\sin\alpha < \alpha$ co oznacza, że okres drgań wahadła o dużej amplitudzie jest dłuższy niż okres drgań o malej amplitudzie. Rozważmy teraz drganie o dużej amplitudzie początkowo w w kierunku (patrząc z góry) y i małej w kierunku x. Niech na początku ciało będzie w pozycji odpowiadającej maksymalnej wartości y i tym samym $x = 0$ oraz maksymalnej wartości $v_x > 0$. Ponieważ okres drgań w kierunku y jest (nieco) większy niż okres drgań w kierunku x, gdy ciało osiągnie znowu maksymalną wartość y to x odpowiadające temu położeniu będzie dodatnie (wzdłuż x ciało wykonała nieco więcej niż jedno drganie). Zatem jeśli rozważane ciało obiegało elipsę w prawo, to cała elipsa będzie się obracać w prawo. Jeśli obiegało ją w lewo, to elipsa będzie się obracać w lewo.

Rozwiązanie zadania 11.

Księżyc jest zwrócony stale tą samą stroną w kierunku Ziemi. Gdy zostanie zalany wodą, na częściach najbliższej oraz najdalszej Ziemi głębokość wody będzie większa niż w pozostałych częściach. Jednak miejsca na Księżycu, w których woda jest głębsza, nie będą się zmieniać. Zatem nie będą występowały pływy związane z oddziaływaniem Ziemi.

Będą jednak pływy związane z oddziaływaniem Słońca – analogicznie jak na Ziemi, dwa razy na księżycową dobę, czyli raz na ok. 14 ziemskich dni.

Rozwiązanie zadania 12.

Porównamy prędkości malarza tuż przed uderzeniem w ziemię.

W przypadku a) mamy do czynienia ze spadkiem swobodnym i prędkość malarza będzie wynosiła $v_a = \sqrt{2gh}$, gdzie h jest wysokością, na jakiej stał malarz.

W przypadku b) energia początkowa drabiny wraz z malarzem wynosi $E_p = m_m gh + m_d gh/2$, gdzie m_m jest masą malarza, m_d – masą drabiny, natomiast $h/2$ jest odległością środka masy drabiny od dolnego jej końca. Energia końcowa wynosi $E_k = \frac{1}{2}m_m v_b^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v_b}{h}\right)^2$, gdzie v_b jest prędkością końca drabiny (i malarza) tuż nad ziemią, I – momentem bezwładności drabiny względem osi obrotu. Ponieważ z zasady zachowania energii $E_p = E_k$, otrzymamy

$$v_b = \sqrt{2gh}\sqrt{\frac{m_m + m_d/2}{m_m + I/h^2}}.$$

Jeśli potraktujemy drabinę jako pręt (lub płaski prostopadłościan), to $I = \frac{1}{3}m_d h^2$ i otrzymamy

$$v_b = v_a\sqrt{\frac{m_m + m_d/2}{m_m + m_d/3}} > v_a.$$

Natomiast jeśli przyjmiemy, że cała masa drabiny jest skupiona w jej środku, to $I = \frac{1}{4}m_d h^2$ i otrzymamy

$$v_b = v_a\sqrt{\frac{m_m + m_d/2}{m_m + m_d/4}} > v_a.$$

Wynika z tego, że przy przyjętych założeniach lepszy jest wybór a).

Rozwiązanie zadania 13.

Zadanie najprościej jest rozwiązać przechodząc do układu odniesienia, w którym magnes jest nieruchomy. W tym układzie ładunek porusza się z prędkością v w dół (zgodnie z orientacją na rysunku), co oznacza, że działa na niego siła Lorentza $q\vec{v} \times \vec{B}$. Ponieważ z rysunku wynika, że $\vec{B}$ jest skierowane w lewo, ta siła będzie skierowana prostopadle do płaszczyzny rysunku i zwrócona za tę płaszczyznę.

Rozwiązanie zadania 14.

Niech d oznacza odległość środka masy wskaźnika od punktu podparcia (palca).

Z twierdzenia Steinera moment bezwładności względem tego punktu wynosi $I = md^2 + I_0$, gdzie I_0 jest momentem bezwładności względem środka masy, a m – masą. Gdy wskaźnik jest odchylony od pionu od o kąt α, moment siły wynosi $M = mgd\sin\alpha$ Z drugiej zasady dynamiki mamy

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{M}{I} = \frac{d}{I/m}g\sin\alpha = \frac{d}{d^2 + I_0/m}g\sin\alpha.$$

Pręt tym łatwiej będzie utrzymać, im mniejsze będzie przyspieszenie kątowe przy ustalonym α – mamy wtedy więcej czasu na reakcję.

Gdy kulka jest na górze, $d = h$ oraz $I/m = h^2$ i otrzymujemy $\frac{d}{I/m} = 1/h$.

Gdy kulka jest na dole, możemy pominąć kulkę (bo jest mała) i mamy $d = \frac{h}{2}$, $I = h^2/3$ i otrzymujemy $\frac{d}{I/m} = 3/(2h)$.

Zatem łatwiej jest utrzymać pręt w pionie, gdy kulka jest na górze.

Rozwiązanie zadania 15.

Rozwiązanie A.

Niech płyta 1 zostanie pomalowana farbą X, a płyta 2 – farbą Y. Moc promieniowania wysyłanego przez płytę 1 na jednostkę powierzchni wynosi $A_X\sigma T_1^4$. Z tego pochłonięte przez płytę 2 zostanie od razu $A_X\sigma T_1^4 A_Y$, po dwukrotnym odbiciu $-A_X\sigma T_1^4(1 - A_Y)(1 - A_X)A_Y$, po czterokrotnym odbiciu $-A_X\sigma T_1^4(1 - A_Y)^2(1 - A_X)^2 A_Y$ itd., razem $p_{1\to 2} = \frac{A_A A_B}{1-(1-A_a)(1-A_B)}\sigma T_1^4$. Przepływ netto jest różnicą tego wyrażenia i pochodzącego od emisji przez płytę 2, w którym zamiast T_1 będzie T_2. Widać, że zamiana X na Y nie zmienia niczego.

Rozwiązanie B.

Niech A_1 określa szarość pierwszej płyty, a A_2 – szarość drugiej płyty, tzn. w naszym przypadku $A_1 = A_A$ oraz $A_2 = A_B$ lub $A_1 = A_B$ oraz $A_2 = A_A$. Następnie niech $p(T_1, A_1, A_2)$ będzie mocą na jednostkę powierzchni promieniowania z pierwszej płyty które jest pochłaniane przez drugą płytę. Zgodnie z definicją ciała doskonale szarego ta moc nie zależy od temperatury T_2 drugiej płyty, natomiast zależy od współczynników A_1 oraz A_2. Moc na jednostkę powierzchni promieniowania z drugiej płyty, które jest pochłaniane przez pierwszą płytę musi być dana tę samą funkcją (bo prawa fizyki są dla obu płyt takie same), z odpowiednio zmienionymi parametrami, tzn. wynosi $p\left(T_2,\ A_2,\ A_1\right)$. Wypadkowa moc na jednostkę powierzchni płynąca od pierwszej płyty do drugiej wynosi $p_{1\to 2} = p\left(T_1,\ A_1,\ A_2\right) - p\left(T_2,\ A_2,\ A_1\right)$. Z drugiej zasady termodynamiki dla $T_1 = T_2$ ta moc musi być równa 0 (ciepło może przepływać tylko od ciała cieplejszego do chłodniejszego), zatem funkcja p jest symetryczna względem drugiego i trzeciego argumentu $p\left(T,\ A_1,\ A_2\right) = p\left(T,\ A_2,\ A_1\right)$. A to oznacza, że

$$p\left(T_1,\ A_A,\ A_B\right) - p\left(T_2,\ A_B,\ A_A\right) = p\left(T_1,\ A_B,\ A_A\right) - p\left(T_2,\ A_A,\ A_B\right),$$

tzn. jest wszystko jedno, którą farbą pomalujemy którą płytę.