LXIX OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

CZĘŚĆ I

ZADANIA CZĘŚCI I (termin wysyłania rozwiązań — 11 października 2019 r.)

Zadanie 1.

Gdy kierowca jadący samochodem elektrycznym wjechał w zakorkowany fragment poziomej drogi, wskaźnik naładowania baterii pokazywał, że do pełnego rozładowania można jeszcze przejechać 120 km. Gdy przejechał już ten zakorkowany fragment drogi, wskaźnik pokazywał, że do pełnego rozładowania można jeszcze przejechać 140 km. Wybierz prawdopodobne wyjaśnienie tego faktu.

a) Samochód miał system odzyskiwania energii przy hamowaniu, a ponieważ często hamował, bateria się doładowała, więc wskaźnik mógł wskazać 140 km.
b) Dzięki zainstalowaniu odpowiedniej aplikacji i wykupieniu przez klienta specjalnego pakietu, bateria samochodu doładowywała się przez Internet. Ponieważ samochód jechał wolno (a głównie stał), zużycie energii było mniejsze niż energia doładowana. W trakcie jazdy w korku ceny energii elektrycznej spadły, więc za tę samą kwotę wydaną na prąd kierowca mógł przejechać dalej.
c) Możliwa droga do przejechania była w tym samochodzie wyznaczana na podstawie aktualnego zużycia energii na przejechany kilometr, a ponieważ samochód jechał w korku wolno, to chwilowe zużycie było mniejsze.

Rozwiązanie zadania 1.

Jedynie odpowiedź c) jest poprawna.

Wspomniany w punkcie a) system odzyskiwania energii przy hamowaniu pozwala na ponowną zamianę energii kinetycznej na energię chemiczną w baterii. Zatem niezależnie od sposobu jazdy (np. częstego przyspieszania lub hamowania) dostępna energia nie będzie większa niż suma początkowej energii kinetycznej samochodu i energii zmagazynowanej w baterii. Nawet gdyby początkową energię kinetyczną samochodu w całości zmagazynować w baterii, to prognozowany zasięg rzeczywiście by się zwiększył, ale niewystarczająco do przejechania dodatkowych kilkudziesięciu kilometrów. Ten dodatkowy zasięg można oszacować, rozważając drogę, jaką rozpędzony samochód przejedzie bez napędu i hamowania. Z codziennego doświadczenia wiadomo, że taka droga jest dużo mniejsza niż 20 km.

Odpowiedź b) jest nieprawdziwa, gdyż moc sygnału radiowego (zapewniającego połączenie z Internetem) docierającego do samochodu jest wiele rzędów wielkości mniejsza niż moc pozwalająca na zauważalne doładowanie baterii – nawet baterii do telefonu komórkowego nie można doładować przez Internet.

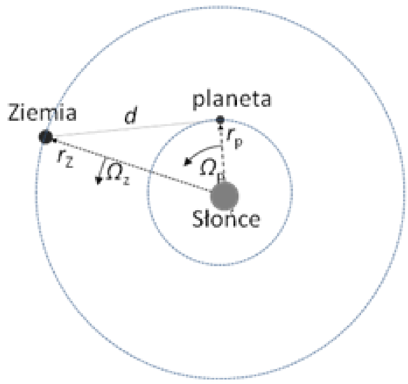
Zadanie 2.

Dla której spośród następujących planet pierwiastek ze średniego kwadratu odległości od Ziemi w ciągu długiego okresu czasu jest najmniejszy?

Przyjmij, że wszystkie planety poruszają się po okręgach w jednej płaszczyźnie. Potrzebne dane, takie jak odległość od Słońca, czas obiegu Słońca (jeśli rzeczywiście są potrzebne) wyszukaj w dostępnych źródłach.

a) Merkury
b) Wenus
c) Mars
d) Jowisz

Rozwiązanie zadania 2.



Oznaczmy przez r_Z odległość Ziemi od Słońca, a przez r_p odległość od Słońca jednej z rozważanych planet, przez Ω_Z oraz Ω_p prędkości kątowymi obiegu wokół Słońca odpowiednio Ziemi oraz wybranej planety, a przez α kąt Ziemia–Słońce–wybrana planeta w chwili początkowej (patrz rysunek. Korzystając z twierdzenia cosinusów, kwadrat odległości d Ziemi od planety w chwili t jest równy

$$d^2 = r_\mathrm{Z}^2 + r_\mathrm{p}^2 + 2\cos\left(\Omega_\mathrm{Z}t - \Omega_\mathrm{p}t + \alpha\right). \qquad (1)$$

Ponieważ Ω_Z jest różne od Ω_p to średnia po długim czasie z powyższego wyrażenia jest po prostu równa $r_\mathrm{Z}^2 + r_\mathrm{p}^2$. Ponieważ r_Z jest ustalone, najmniejsza szukana wielkość odpowiada planecie najbliższej Słońcu, czyli Merkuremu.

Zadanie 3.

Jadąc do przodu samochodem naciskamy na klakson, a dźwięk odbija się od budynku znajdującego się wprost przed nami. Oznaczmy częstotliwość dźwięku wysyłanego przez f_0, częstotliwość dźwięku odbieranego przez obserwatora znajdującego się w budynku przez f_1, a częstotliwość dźwięku odbitego odbieranego przez obserwatora w samochodzie przez f_2. Która z poniższych relacji jest poprawna?

a) $f_0 > f_2 > f_1$
b) $f_1 = f_2 > f_0$
c) $f_2 > f_1 = f_0$
d) $f_1 > f_2 > f_0$
e) $f_2 > f_1 > f_0$

Rozwiązanie zadania 3.

Prawidłowa jest odpowiedź e). Oznaczmy przez v prędkość samochodu, a przez V prędkość dźwięku w powietrzu. W rozważanej sytuacji występuje zjawisko Dopplera i relacje między częstotliwościami mają postać $f_1 = f_0/(1 - v/V)$, $f_2 = f_1(1 + v/V)$, gdzie wykorzystaliśmy fakt, że przy odbiciu dźwięku od nieruchomej przeszkody jego częstotliwość się nie zmienia. Zatem prawidłową odpowiedzią jest $f_2 > f_1 > f_0$.

Zadanie 4.

Bańka mydlana w świetle dziennym mieni się kolorami tęczy. Przyczyną tego zjawiska jest

a) zależność współczynnika załamania wody z mydłem od długości fali światła
b) domieszka promieni nadfioletowych w świetle słonecznym
c) polaryzacja światła przy odbiciu
d) interferencja światła odbitego od zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni błonki
e) załamanie światła w wodzie

Rozwiązanie zadania 4.

Prawidłowa jest odpowiedź d). To interferencja światła odbitego od zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni błonki jest przyczyną obserwowanego zjawiska. W zależności od długości fali taka interferencja może być konstruktywna lub destruktywna, co powoduje „wybieranie" spośród widma światła białego tylko określonych kolorów. Te kolory są różne dla różnych fragmentów bańki, gdyż droga optyczna promienia wewnątrz bańki zależy od kąta, jaki ten promień tworzy z powierzchnią bańki. Dodatkowo grubość błonki bańki zmienia się w czasie oraz jest w górnej części bańki mniejsza niż w dolnej.

Zadanie 5.

Dwa jednakowe naczynia zawierają jednakowy roztwór kwasu solnego, ale elektrody w pierwszym są zanurzone głębiej, niż w drugim. Połączono je szeregowo i podłączono do źródła napięcia.

Czy ilość wydzielającego się gazu będzie jednakowa, czy większa w pierwszym naczyniu, czy w drugim?

a) większa w pierwszym naczyniu
b) większa w drugim
c) jednakowa

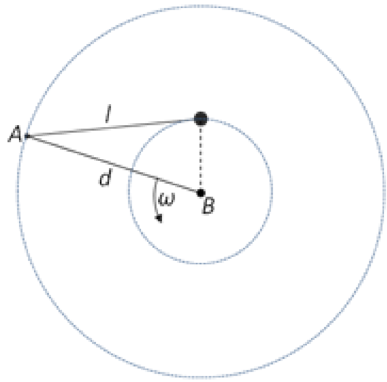
Rozwiązanie zadania 5.

Prawidłowa jest odpowiedź c). Ilość wydzielonego gazu zależy tylko od ilości jonów, które uległy zobojętnieniu na elektrodzie, czyli tylko od wielkości ładunku, jaki przepłynął przez naczynie. Ponieważ naczynia są połączone szeregowo, płynie przez nie prąd o takim samym natężeniu, a zatem w obu naczyniach ilości wydzielającego się gazu są jednakowe.

Zadanie 6.

Do końca A pręta AB o długości $d = 5$ m przymocowano cienką nić o długości $l = 2{,}5$ m, na której drugim końcu jest przymocowana piłeczka pingpongowa. Pręt zaczęto obracać w poziomej płaszczyźnie ze stałą prędkością kątową $\omega = 9/\mathrm{s}$ wokół końca B. Pomijając masę piłeczki i nici oraz opór powietrza działający na nić, ale uwzględniając opór powietrza działający na piłeczkę, podaj promień okręgu, po jakim będzie się ona poruszać.

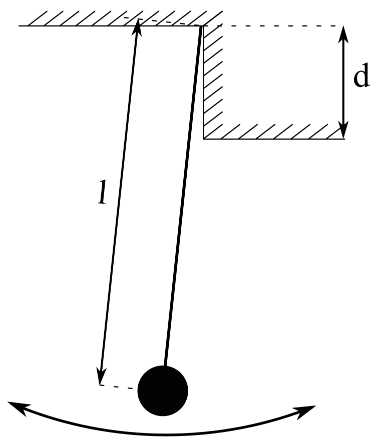
Rozwiązanie zadania 6.



Skoro występuje opór, a masę piłeczki można pominąć, to opór powietrza jest równoważony przez siłę naciągu nici. To oznacza, że nić musi być styczna do okręgu, po którym porusza się piłeczka – patrz rysunek. Stąd promień tego okręgu wynosi $\sqrt{d^2 - l^2} \approx 4{,}33$ m. Dla $l > d$ to wyrażenie jest nieokreślone – nie jest możliwy ruch po okręgu odpowiadający takiej sytuacji, ale piłeczka może spoczywać, w szczególności w punkcie odpowiadającym położeniu nieruchomego końca pręta .

Zadanie 7.

Częstotliwość drgań (wahań) o niewielkiej amplitudzie punktowego ciała zawieszonego na nieważkiej nitce długości l wynosi 1 Hz. Podaj częstotliwość małych drgań tego ciała zawieszonego na tej samej nitce pobliżu krawędzi przedstawionej na rysunku. Odległość d krawędzi od punktu zawieszenia wynosi $0{,}3l$.



Rozwiązanie zadania 7.

Okres drgań wahadła matematycznego długości l to $T_1 = 2\pi\sqrt{l/g}$, wahadła długości $l - d$ to $T_2 = 2\pi\sqrt{(l-d)/g}$. Zatem okres T wahań ciała w rozważanej sytuacji wynosi $T = T_1/2 + T_2/2$, co oznacza, że szukana częstotliwość f jest równa $f = 1/\left(T_1/2 + T_2/2\right) = \frac{2}{1+\sqrt{1-d/l}} \cdot 1$ Hz $\approx 1{,}08$ Hz.

Zadanie 8.

Mały klocek umieszczono na gładkiej równi pochyłej. Pozioma odległość klocka od dolnego końca równi wynosi $b = 7$ cm. Następnie dopasowano tak kąt nachylenia równi, by czas zsuwania się klocka był jak najkrótszy, każdorazowo ustawiając przy tym klocek tak, że odległość b nie ulegała zmianie. Podaj uzyskany najkrótszy czas zsuwania.

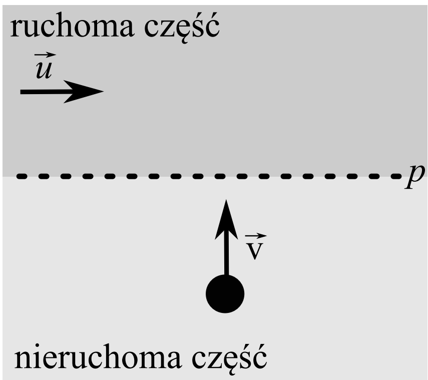
Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi $g = 9{,}81$ m/s^2. Pomiń tarcie i opór powietrza.

Rozwiązanie zadania 8.

Dla kąta nachylenia równi ϕ przyspieszenie zsuwającego się klocka a jest równe $a = g \sin \phi$, a przebyta droga l wynosi $l = b/\cos\phi$. Zatem czas zsuwania to $l/a = \sqrt{2b/(g \sin\phi \cos\phi)} = \sqrt{4b/(g \sin(2\phi))}$. Ten czas jest najkrótszy dla największej możliwej wartości $\sin(2\phi)$, czyli dla $\sin(2\phi) = 1$ (wtedy $\phi = 45°$). Najkrótszy czas wynosi więc $\sqrt{4b/g} \approx 0{,}16$ s.

Zadanie 9.

Płaska, pozioma powierzchnia jest podzielona na dwie części: pierwsza jest nieruchoma, a druga porusza się z prędkością $u = 90$ m/s. Na pierwszą część położono małe ciało i nadano mu prędkość $v = 3$ m/s prostopadle do prostej p rozgraniczającej obie części, w kierunku tej prostej. Ciało ślizga się bez tarcia po pierwszej części, a jego współczynnik tarcia ciała o drugą wynosi $f = 0{,}5$. Wyznacz maksymalną odległość, na jaką ciało oddali się od prostej p. Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie jest równe $9{,}81$ m/s^2.



Rozwiązanie zadania 9.

Oznaczmy przez $\vec{v_2}$ wektor prędkości ciała względem drugiej części powierzchni. W chwili, gdy ciało wpada na tę część, prędkość $\vec{v_2}$ jest równa prędkości początkowej, a jej wartość wynosi $v_2 = \sqrt{v^2 + u^2}$. Ruch ciała na drugiej części, względem tej części będzie – aż do momentu zatrzymania – ruchem prostoliniowym z jednostajnym opóźnieniem $f \cdot g$, gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim. Droga s jaką ciało przebędzie na drugiej części (względem niej) jest równa $s = (v^2 + u^2) / (2 \cdot f \cdot g)$. Cosinus kąta α, jaki tworzy (aż do chwili zatrzymania) wektor $\vec{v_2}$ z kierunkiem prostopadłym do prostej p, jest równy $\cos\alpha = v/\sqrt{v^2 + u^2}$, zatem ciało oddali się od prostej p na odległość $s \cos\alpha = \sqrt{v^2 + u^2} \cdot \frac{v}{2 \cdot f \cdot g} \approx 27{,}5$ m. Ponieważ druga część powierzchni porusza się równolegle do prostej p, po zatrzymaniu się ciała względem tej części ta odległość nie będzie ulegała zmianie.

Zadanie 10.

Wyznacz, ile wody można (teoretycznie) zagotować (ogrzać do temperatury 100 °C) od temperatury 20 °C korzystając z baterii do telefonu o pojemności $q = 2750$ mAh i o napięciu $U = 3{,}6$ V zamieniając bezpośrednio zmagazynowaną energię na ciepło (np. podłączając baterię do grzałki). Pomiń ciepło oddawane do otoczenia.

Rozwiązanie zadania 10.

Aby ogrzać wodę o masie m o $\Delta T = 80$ °C, należy dostarczyć ciepło równe $m \cdot c \cdot 80\,°\mathrm{C}$, gdzie $c = 4{,}2$ J/°C/g jest ciepłem właściwym wody. W baterii jest zmagazynowana energia $q \cdot U = 35{,}64$ kJ, zatem szukana masa jest równa $q \cdot U/\left(c\,\Delta T\right) \approx 0{,}11$ kg.

Zadanie 11.

Wyznacz z dokładnością do 50%, ile wody można (teoretycznie) zagotować (ogrzać do temperatury 100 °C) od temperatury 20 °C równej temperaturze otoczenia wykorzystując baterię do telefonu o pojemności $q = 2750$ mAh i o napięciu $U = 3{,}6$ V jako źródło energii dla pompy cieplnej. Pomiń ciepło oddawane do otoczenia. Pompę cieplną możesz potraktować jako silnik Carnota pracujący w cyklu odwrotnym.

Rozwiązanie zadania 11.

Oznaczmy przez T_w temperaturę bezwzględną wody w danej chwili (w trakcie ogrzewania), przez T_o – temperaturę bezwzględną otoczenia, ΔW – pracą wykonaną przez pompę cieplną (czyli energią pobraną z baterii) w krótkim czasie, a przez ΔQ – ciepło oddane (przekazane) wodzie w tym samym krótkim czasie.

Ze wzoru na sprawność silnika Carnota mamy:

$$\frac{\Delta W}{\Delta Q} = 1 - \frac{T_\mathrm{o}}{T_\mathrm{w}}. \tag{2}$$

Stąd:

$$\Delta Q = \frac{1}{1 - T_\mathrm{o}/T_\mathrm{w}} \Delta W. \tag{3}$$

W trakcie podgrzewania temperatura wody T_w się zmienia, a zmiana jest związana z ΔQ wzorem

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T_\mathrm{w}, \tag{4}$$

gdzie m jest masą wody, natomiast c – jej ciepłem właściwym. Zatem otrzymujemy

$$m \cdot c \cdot (1 - T_\mathrm{o}/T_\mathrm{w})\ \Delta T_\mathrm{w} = \Delta W. \tag{5}$$

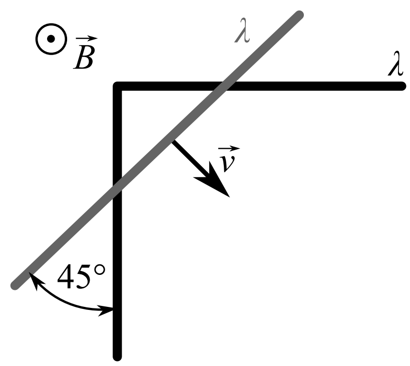
Gdy T_w zmienia się od $T_\mathrm{o} = (273 + 20)$ K do wartości końcowej $T_\mathrm{wk} = T_\mathrm{o} + 80$ K, wyrażenie w nawiasie zmienia się od 0 do $1–T_\mathrm{o}/T_\mathrm{wk}$. Rozsądne jest przyjecie, że jego średnia wartość to $\left(0 + (1 - T_\mathrm{o}/T_\mathrm{wk})\right)/2$ (średnia arytmetyczna ze skrajnych wartości) – otrzymamy wtedy $(1 - (273 + 20)/373)/2 \approx 0{,}11$ lub $1 - T_\mathrm{o}/\left((T_\mathrm{o} + T_\mathrm{wk})/2\right)$ (wartość dla średniego T_w) – otrzymamy wtedy $1 - (273 + 20)/333 \approx 0{,}12$.

(Ścisłą wartość można otrzymać przez całkowanie i wynosi ona $1 - T_\mathrm{o}/\left(T_\mathrm{wk} - T_\mathrm{o}\right) \cdot \ln\left(T_\mathrm{wk}/T_\mathrm{o}\right) = 1 - ((273 + 20)/80) \cdot \ln(373/293) \approx 0{,}115851$.)

Zatem szukane m jest w przybliżeniu równe 0,91 kg czyli niemal 9 razy więcej niż w przypadku z zadania 11 (przy tych samych danych).

Zadanie 12.

Drut o oporze na jednostkę długości 27 Ω/m zagięto pod kątem prostym. Drugi prosty odcinek tego samego drutu przesuwa się po pierwszym z prędkością $v = 1{,}5$ m/s. Cały układ znajduje się w polu magnetycznym o indukcji $B = 6$ T, prostopadłym do drutów – patrz rysunek. Wyznacz natężenie prądu płynącego przez druty . Pomiń opór na styku obu drutów i pole magnetyczne wytwarzane przez rozważany prąd.



Rozwiązanie zadania 12.

Oznaczmy przez d krótsze boki obwodu tworzonego przez druty. Pole trójkąta wyznaczonego przez ten obwód wynosi $d^2/2$, a opór obwodu $(2d + \sqrt{2} \cdot d) \cdot \lambda$. Prędkość zmiany tego pola trójkąta to $d\sqrt{2} \cdot v$, zatem szybkość zmiany strumienia pola B wynosi $B \cdot d \cdot \sqrt{2} \cdot v$. Zmiana strumienia indukuje siłę elektromotoryczną $B \cdot d \cdot \sqrt{2} \cdot v$, a zatem przez obwód płynie prąd o natężeniu $B \cdot d \cdot \sqrt{2} \cdot v/((2d + \sqrt{2} \cdot d) \cdot \lambda) = \frac{v \cdot B}{(1+\sqrt{2})\lambda} \approx 0{,}14$ A.

Zadanie 13.

Cząstki elementarne A oraz cząstki elementarne B zostały rozpędzone w próżni tym samym (co do wartości bezwzględnej) napięciem 500 kV. Masa cząstki A jest 5040 raza większa od masy cząstki B, a ładunek obu rodzajów cząstek jest równy co do wartości bezwzględnej ładunkowi elementarnemu. Oznaczmy długość fali związanej z cząstkami A przez λ_{A}, a analogiczną długość fali cząstek B λ_{B}. Podaj wartość stosunku $\lambda_{\mathrm{A}}/\lambda_{\mathrm{B}}$. Rozważ przybliżenie nierelatywistyczne.

Rozwiązanie zadania 13.

Długość fali (de Broglie'a) λ cząstki o pędzie p jest dana wzorem $\lambda = h/p$, gdzie h jest stałą Plancka. Z zasady zachowania energii wynika, że energia kinetyczna cząstki E jest równa eU, gdzie e oznacza ładunek elementarny, a U jest napięciem przyspieszającym. Uwzględniając, że $E = \frac{p^2}{2m}$, gdzie m jest masą cząstki , otrzymujemy stąd, że $\lambda_{\mathrm{A}}/\lambda_{\mathrm{B}} = 1/\sqrt{m_{\mathrm{A}}/m_{\mathrm{B}}} \approx 0{,}014$, gdzie m_{A} jest masą cząstki A, m_{B} – masą cząstki B.

Zadanie 14.

Elektrony (masa 511 keV/c^2) oraz protony (masa 938 MeV/c^2) zostały rozpędzone w próżni tym samym (co do wartości bezwzględnej) napięciem 6,5 TV. Oznaczmy długość fali związanej z elektronami przez λ_{A}, a analogiczną długość fali protonów przez λ_{B}. Z dokładnością 2 cyfr znaczących podaj wartość stosunku $\lambda_{\mathrm{A}}/\lambda_{\mathrm{B}}$.

Rozwiązanie zadania 14.

Ponieważ energia kinetyczna, jaką uzyskały cząstki jest znacznie większa od ich masy (co najmniej 1000 razy), cząstki te możemy traktować jako ultrarelatywistyczne i ich pęd p jest w przybliżeniu równy E/c (taki sam związek, jak dla fotonu; E jest energią danej cząstki, c to prędkość światła). Pomijając energię spoczynkową mamy (podobnie jak w zadaniu 13) $E \approx eU$, gdzie e oznacza ładunek elementarny. Z tego wynika, że pęd obu cząstek jest w bardzo dobrym przybliżeniu taki sam, a zatem odpowiadająca im długość fali λ — równa tak jak w zadaniu 13 $\lambda = h/p$, gdzie h jest stałą Plancka — jest taka sama: $\lambda_\mathrm{A}/\lambda_\mathrm{B} \approx 1{,}00$.

Zadanie 15.

W roku 2222, po skolonizowaniu Marsa, wybudowano na nim fabrykę produkującą wykorzystywany w medycynie izotop promieniotwórczy o czasie połowicznego rozpadu 3,42 s. Ten izotop jest przesyłany do szpitali na Ziemi w postaci wiązek atomów. Jaka powinna być prędkość względem Ziemi atomów tego izotopu w takiej wiązce, aby na Ziemię dotarła 1/4 spośród wysłanych atomów (tzn. żeby rozpadło się tyko 3/4 jąder tych atomów). Przyjmij, że w rozważanym okresie odległość Mars-Ziemia wynosi $\mathrm{d} = 314 \cdot 10^6$ km, a prędkość światła to 300 000 km/s.

Rozwiązanie zadania 15.

Jeśli prędkość atomów wynosi v, to czas przelotu w układzie Ziemi t wynosi $t = d/v$. Czas przelotu w układzie współporuszającym się z atomami izotopu (czas własny) τ jest związany z t wzorem na dylatację czasu $t = \tau/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, gdzie c jest prędkością światła. Stąd $\tau = (d/v) \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Z prawa rozpadu promieniotwórczego wynika, że aby pozostało 1/4 jąder, czas rozpadu powinien być dwa razy dłuższy od czasu połowicznego rozpadu $T_{1/2}$, czyli powinno zachodzić $\tau = 2 \cdot T_{1/2} = 2 \cdot 3,42$ s. Wyznaczając z tych wzorów prędkość v, otrzymujemy $v = c/\sqrt{1 + (2 \cdot T_{1/2})^2 \cdot c^2/d^2} = 0{,}99998c$.