LXXV OLIMPIADA FIZYCZNA

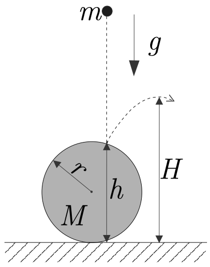
ZAWODY III STOPNIA

CZĘŚĆ TEORETYCZNA, 12.04.2026

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1

Na płaskim, poziomym podłożu spoczywa jednorodna kula o masie M i promieniu r. Na kulę zostaje upuszczona kulka o masie m i zaniedbywalnie małym promieniu. Prędkość małej kulki tuż przed zderzeniem jest pionowa i ma wartość v_0, zderzenie następuje na wysokości h nad podłożem ($h > r$). Rozważamy tylko sytuację, w której po zderzeniu mała kulka wznosi się, przy czym jej maksymalna wysokość w trakcie ruchu wynosi H ($H > h$) nad podłożem.



Wyznacz prędkość środka dużej kuli po zderzeniu. Podaj wynik liczbowy dla $r = 8$ cm, $h = 15$ cm, $H = 20$ cm, $M = 3$ kg, $m = 0{,}2$ kg, $v_0 = 5$ m/s, oraz przyspieszenia ziemskiego $g = 9{,}81$ m/s.

Przyjmij, że zderzenie między kulami trwa bardzo krótko, powierzchnie kul są gładkie, a tarcie między nimi jest zerowe. Współczynnik tarcia między dużą kulą a podłożem jest na tyle duży, że kula ta nie ślizga się po podłożu w trakcie zderzenia ani po nim. Ponadto duża kula cały czas styka się z podłożem, nie odbija się od niego. Nie występuje opór powietrza. Moment bezwładności jednorodnej kuli względem osi przechodzącej przez jej środek $I = 2Mr^2/5$.

Uwaga: o zderzeniu nie można założyć, że jest sprężyste.

Zadanie 2

Odkryto kulistą planetoidę o promieniu R, w której pod bardzo cienką, skalną powierzchnią znajduje się nieściśliwa ciecz o gęstości ρ, a w centrum znajduje się kuliste, sferycznie symetryczne, skalne jądro o promieniu r_1. W cieczy zanurzono kulistą sondę o masie m na maksymalną możliwą głębokość, czyli aż do skalnego jądra; zmierzone przez sondę ciśnienie na tej głębokości wynosi p_1. Zależność objętości sondy od ciśnienia p jest dana wzorem $V = V_0(1 - \alpha p)$, gdzie V_0 oraz α są stałymi dodatnimi.

a) Wyznacz minimalną pracę, jaką należy wykonać wyciągając sondę z cieczy wypełniającej planetoidę za pomocą nieważkiej, cienkiej, wiotkiej i nierozciągliwej liny.

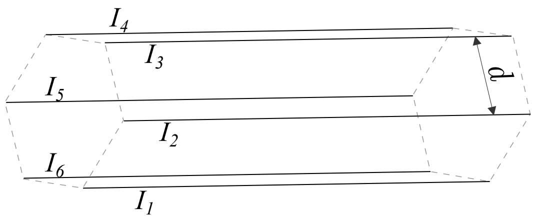
b) Wyznacz masę skalnego jądra.

Objętość oraz masa sondy są znacznie mniejsze od odpowiednio objętości i masy cieczy. Pomiń grawitację innych ciał niebieskich. Ciśnienie na powierzchni cieczy, czyli tuż pod skalną warstwą jest znacznie mniejsze od p_1 (praktycznie jest równe 0) i nie ulega zmianie w trakcie wyciągania sondy.

W przypadkach a) oraz b) wyznacz wyniki liczbowe dla $R = 4{,}00 \cdot 10^5$ m, $r_1 = 2{,}00 \cdot 10^5$ m, $p_1 = 3{,}00 \cdot 10^7$ Pa, $\rho = 1000$ kg/m^3, $m = 10$ kg, $V_0 = 1{,}05 \cdot 10^{-2}$ m^3, $\alpha = 6{,}00 \cdot 10^{-9}$ /Pa. Stała grawitacyjna jest równa $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m^3/(kg·s^2).

Zadanie 3

Rozważmy N sztywnych, cienkich, długich, równoległych do siebie przewodów tworzących – gdy nie płynie prąd – N krawędzi bocznych graniastosłupa prawidłowego. Odległość między sąsiednimi krawędziami wynosi d, patrz rysunek (odpowiada on szczególnemu przypadkowi $N = 6$). Przez przewód k (gdzie $k = 1,\ 2,\ \ldots, N$) płynie prąd o natężeniu $I_k = I_0 \cos(\omega t + 2k\pi/N)$, gdzie I_0 (amplituda natężenia) oraz ω (częstość) są stałymi, a t jest czasem.



Przewody są umocowane sprężyście, tak że mogą się odchylać radialnie (zmieniać odległość od osi graniastosłupa), ale nie mogą się przesuwać w kierunku prostopadłym do radialnego. Odchylenie przewodu od krawędzi graniastosłupa na odległość x wymaga na jednostkę długości przewodu siły Kx, gdzie K jest stałą. Masa każdego przewodu na jednostkę jego długości wynosi λ.

a) Dla jakiej częstości ω zachodzi rezonans?

b) Zakładając, że nie zachodzi rezonans, wyznacz średnie radialne odchylenie od krawędzi graniastosłupa oraz amplitudę radialnych drgań każdego z przewodów po długim czasie od włączenia prądu. Przyjmij, że dodatnia wartość tego odchylenia odpowiada wzrostowi odległości przewodu od osi graniastosłupa.

Załóż, że odchylenie przewodu od krawędzi graniastosłupa jest małe w porównaniu z d – tak małe, że nawet w przypadku rezonansu to odchylenie nie wpływa na siły wzajemnego oddziaływania przewodów.

Uwagi:

Jeśli na oscylator harmoniczny o masie m i stałej sprężystości k działa siła periodyczna $F = F_0 \cos(\Omega t)$, to po upływie długiego czasu dla $\Omega^2 \neq k/m$ oscylator będzie drgał zgodnie ze wzorem $x = A\cos(\Omega t)$, gdzie $A = F_0/(k - m\Omega^2)$ (są to tak zwane drgania stacjonarne).

Zauważ, że wielkość $I_0 \cos(\omega t + \alpha)$ można interpretować jako x-ową składową wektora o długości I_0 obracającego się w płaszczyźnie xy z prędkością kątową ω, przy czym w chwili $t = 0$ ten wektor tworzy z osią x kąt α.

Przyjmij, że oddziaływania magnetyczne są takie, jakby układ znajdował się w próżni. Pomiń wpływ przewodów zasilających – doprowadzających oraz odprowadzających prąd (nie są one przedstawione na rysunku; nie są również przedstawione mocowania przewodów).