



# X OLIMPIADA FIZYCZNA

(1960/1961)

## ZAWODY II STOPNIA

### CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

#### Zadanie doświadczalne – D

**Nazwa** – Wyznaczanie współczynnika rozszerzalności objętościowej wody.

**Źródła** – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

- Czesław Ścisłowski<sup>1</sup>, *Fizyka w Szkole* nr 3, 1961, str. 177-182
- Aniela Nowicka<sup>2</sup>, *Olimpiady Fizyczne IX i X*, 1965, str. 104-106
- T.M. Molenda (red.), IF US, [www.OF.szc.pl](http://www.OF.szc.pl).

---

Korzystając z bryłki stalowej oraz pozostałych przyrządów znajdujących się na stole:

- waga,
- odważniki,
- zlewka z wodą (300 cm<sup>3</sup>),
- zlewka pusta (300 cm<sup>3</sup>),
- nitka,
- termometr o dokładności co najmniej 0,2 °C,
- palnik,
- statyw lub trójkąt,
- siatka azbestowa<sup>3</sup>,
- ławeczka do wagi,

wyznacz współczynnik rozszerzalności objętościowej wody.

Współczynnik rozszerzalności liniowej stali wynosi  $12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ .

---

<sup>1</sup> Dr Czesław Ścisłowski pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od VIII OF do XVII OF, w tym okresie był autorem artykułów z OF w czasopiśmie dla nauczycieli *Fizyka w Szkole*, również autor książki *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII* (przyp. red.).

<sup>2</sup> Aniela Nowicka była członkiem KGOF od II OF do XVI OF; w ww. książce zad. III st. X OF opracował dr Stefan Czarnecki, autor książek *Olimpiady Fizyczne I-IV*, *Olimpiady Fizyczne VII i VIII* (przyp. red.).

<sup>3</sup> Azbest – grupa naturalnych, włóknistych krzemianowych minerałów, które mają własności toksyczne, rakotwórcze. W 1997 r. zakazano wprowadzania na terytorium RP azbestu i wyrobów go zawierających, produkcji wyrobów zawierających azbest oraz obrotu azbestem i wyrobami go zawierającymi (przyp. red.).

## Rozwiązanie zadania D – X OF, II stopień, część doświadczalna

### Część teoretyczna

Z zestawu dostępnych pomocy naukowych zawodnicy bardzo prędko zorientowali się, że metoda wyznaczenia średniego współczynnika rozszerzalności objętościowej wody opiera się na prawie Archimedesesa.

Średni współczynnik rozszerzalności objętościowej wody wyznaczymy korzystając z różnic gęstości wody w różnych temperaturach. Gęstości wyznaczamy z wartości sił wyporu wody w różnych temperaturach.

Oznaczmy gęstość wody w temperaturach  $t_1$  i  $t_2$  przez, odpowiednio,  $\varrho_1$  i  $\varrho_2$ . Korzystając ze znanego szkolnego wzoru

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{1 + \gamma(t_2 - t_1)}, \quad (1)$$

otrzymujemy wzór na średni współczynnik rozszerzalności objętościowej cieczy

$$\gamma = \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_2(t_2 - t_1)}. \quad (2)$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$P$  ( $V$ ) – ciężar (objętość) bryłki w powietrzu,

$P_1$  ( $V_1$ ) – ciężar (objętość) bryłki w wodzie w temperaturze  $t_1$  <sup>(4)</sup>,

$P_2$  ( $V_2$ ) – ciężar (objętość) bryłki w wodzie w temperaturze  $t_2$  <sup>(4)</sup>.

Siła wyporu wody o temperaturze  $t_1$  i  $t_2$  wynosi:

$$W_1 = P - P_1 = V_1 \varrho_1 g \quad \text{ i } \quad W_2 = P - P_2 = V_2 \varrho_2 g. \quad (3)$$

Jak wiadomo zależność rozszerzalności objętościowej metalu jest opisana zależnością

$$V_2 = V_1 [1 + 3\lambda(t_2 - t_1)], \quad (4)$$

gdzie  $\lambda$  jest współczynnikiem rozszerzalności liniowej stali, który jest 3 razy mniejszy od jego współczynnika rozszerzalności objętościowej.

Z wzorów (3) i (4) otrzymujemy:

$$\varrho_1 = \frac{W_1}{V_1 g}, \quad \varrho_2 = \frac{W_2}{V_1 [1 + 3\lambda(t_2 - t_1)] g}. \quad (5)$$

Podstawiając powyższe wyrażenia na  $\varrho_1$  i  $\varrho_2$  do (2), mamy:

$$\gamma = \frac{W_1 [1 + 3\lambda(t_2 - t_1)] - W_2}{W_2 (t_2 - t_1)} = \frac{(P - P_1) [1 + 3\lambda(t_2 - t_1)] - (P - P_2)}{(P - P_2)(t_2 - t_1)}. \quad (6)$$

### Rozwiązanie zawodnika z Okręgu Wrocławskiego

Przytoczmy fragment z pracy zawodnika z Okręgu Wrocławskiego, wyróżnionej przez recenzentów.

Z prawa Archimedesesa siła wyporu w wodzie o temperaturze  $t_1$  wynosi:

$$P - P_1 = V_1 \varrho_1 g, \quad \text{gdzie } V_1 = V_0 (1 + \alpha t_1). \quad (7)$$

W (7):  $V_1$  – objętość bryłki stali w temperaturze  $t_1$ ,  $V_0$  – objętość bryłki stali w temperaturze

<sup>4</sup> Poprawnie powinno być zapisane „ciężar pozorny bryłki” (przyp. red.).

$t_0$ ,  $\alpha$  – współczynnik rozszerzalności objętościowej stali. Podobnie jak w (7), siła wyporu bryłki stali w wodzie o temperaturze  $t_2$  wynosi:

$$P - P_2 = V_2 \varrho_2 g, \text{ gdzie } V_2 = V_0 (1 + \alpha t_2). \quad (7')$$

Ponieważ między współczynnikiem rozszerzalności objętościowej  $\alpha$  stali i jego współczynnikiem rozszerzalności liniowej  $\lambda$  istnieje zależność

$$\alpha = 3 \lambda, \quad (8)$$

więc wzory dla  $V_1$  i  $V_2$  w (7) i (7') możemy napisać:

$$V_1 = V_0 (1 + 3 \lambda t_1) \quad \text{i} \quad V_2 = V_0 (1 + 3 \lambda t_2). \quad (9)$$

Gęstość wody w temperaturach  $t_1$  i  $t_2$  wynosi

$$\varrho_1 = \frac{\varrho_0}{1 + \gamma t_1} \quad \text{i} \quad \varrho_2 = \frac{\varrho_0}{1 + \gamma t_2}. \quad (10)$$

Następnie zawodnik wyznacza stosunek sił wyporu z (7), (7') i korzystając z powyższych wzorów otrzymał:

$$\frac{P - P_1}{P - P_2} = \frac{V_1 \varrho_1 g}{V_2 \varrho_2 g} = \frac{V_0 (1 + 3 \lambda t_1) \cdot \varrho_0 (1 + \gamma t_2)}{(1 + \gamma t_1) V_0 (1 + 3 \lambda t_2) \varrho_0} = \quad (11)$$

$$= \frac{(1 + 3 \lambda t_1)(1 + \gamma t_2)}{(1 + \gamma t_1)(1 + 3 \lambda t_2)} = \frac{1 + 3 \lambda t_1 + \gamma t_2 + 3 \lambda \gamma t_1 t_2}{1 + 3 \lambda t_2 + \gamma t_1 + 3 \lambda \gamma t_1 t_2}. \quad (12)$$

Ponieważ współczynniki  $\lambda$  i  $\gamma$  są bardzo małe, iloczyn  $3 \lambda \gamma t_1 t_2$  możemy pominąć. Wtedy ostatnia zależność przyjmie postać

$$\frac{P - P_1}{P - P_2} = \frac{1 + 3 \lambda t_1 + \gamma t_2}{1 + 3 \lambda t_2 + \gamma t_1}, \quad (13)$$

zatem

$$(P - P_1)(1 + 3 \lambda t_2) + (P - P_1) \gamma t_1 = (P - P_2)(1 + 3 \lambda t_1) + (P - P_2) \gamma t_2. \quad (14)$$

Po przeniesieniu wyrazów z  $\gamma$  na jedną stronę otrzymamy:

$$(P - P_2) \gamma t_2 - (P - P_1) \gamma t_1 = (P - P_1)(1 + 3 \lambda t_2) - (P - P_2)(1 + 3 \lambda t_1), \quad (15)$$

a stąd

$$\gamma = \frac{(P - P_1)(1 + 3 \lambda t_2) - (P - P_2)(1 + 3 \lambda t_1)}{(P - P_2) t_2 - (P - P_1) t_1}. \quad (16)$$

Uzyskany w tym przypadku wzór na współczynnik rozszerzalności objętościowej wody na pierwszy rzut oka różni się od uprzednio uzyskanego wzoru (6). Jeśli jednak założymy, że współczynnik rozszerzalności liniowej stali  $\lambda$  jest mały, podobnie jak współczynnik rozszerzalności objętościowej wody  $\gamma$ , możemy zauważyć, iż wartości  $P - P_1$  oraz  $P - P_2$  powinny być do siebie zbliżone. Korzystając bowiem z naszych założeń, widzimy, na podstawie wzoru (9), iż  $V_1 \approx V_2 \approx V_0$ , oraz na podstawie wzoru (10), że  $\varrho_1 \approx \varrho_2 \approx \varrho_0$ . Implikuje to, na podstawie wzorów (7) i (7'), że  $P - P_1 \approx P - P_2$ . Używając tego faktu, oraz powyższych założeń, w mianowniku wzoru (16) przybliżamy  $P - P_1 \approx P - P_2$ , natomiast licznik przybliżamy następująco:

$$\begin{aligned}
& (P - P_1)(1 + 3\lambda t_2) - (P - P_2)(1 + 3\lambda t_1) \\
& \approx (P - P_1)(1 + 3\lambda t_2) - (P - P_2) - (P - P_2) \cdot 3\lambda t_1 \\
& \approx (P - P_1)(1 + 3\lambda t_2) - (P - P_2) - (P - P_1) \cdot 3\lambda t_1 \\
& \approx (P - P_1)[1 + 3\lambda(t_2 - t_1)] - (P - P_2)
\end{aligned}$$

uzyskując tym samym postać wzoru (6).

### Część doświadczalna

Strona doświadczalna polegała na następujących pomiarach:

1. Wyznaczenie ciężaru bryłki stalowej w powietrzu.
2. Wyznaczenie ciężaru bryłki stalowej w wodzie o temperaturze  $t_1$  <sup>(5)</sup>.
3. Wyznaczenie ciężaru bryłki stalowej w wodzie o temperaturze  $t_2$ .

Po wykonanych pomiarach, otrzymane wartości przedstawione są w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki pomiarów jednego z zawodników z Okręgu Wrocławskiego

$P, G^*$	$P_1, G$	$P_2, G$	$P - P_1, G$	$P - P_2, G$	$t_1, ^\circ C$	$t_2, ^\circ C$	$\lambda, 1/^\circ C$
379,59	331,44	331,57	48,15	48,02	20	37	$1,96 \cdot 10^{-4}$

\* G (gram siły) — symbol jednostki siły w tzw. układzie ciężarowym, w którym jednostką podstawową był 1 kG (kilo-gram siła) def. jako siła przyciągania przez Ziemię masy 1 kg w miejscu, gdzie przyspieszenie ziemskie wynosi  $9,8066 \text{ m/s}^2$  (przyp. red.).

Po podstawieniu wartości z tabeli do wzoru (16), mamy

$$\gamma = \frac{48,15 \cdot (1 + 36 \cdot 10^{-6} \cdot 37) - 48,02 \cdot (1 + 36 \cdot 10^{-6} \cdot 20)}{(48,02 \cdot 37 - 48,15 \cdot 20)} \frac{1}{^\circ C} = 0,000196 \frac{1}{^\circ C}. \quad (17)$$

Współczynnik rozszerzalności objętościowej wody można obliczyć również ze wzoru (6). Użyjemy wtedy

$$\gamma = \frac{48,15 \cdot [1 + 36 \cdot 10^{-6} \cdot (37 - 20)] - 48,02}{48,02 \cdot (37 - 20)} \frac{1}{^\circ C} = 0,000195 \frac{1}{^\circ C} \quad (18)$$

Widzimy, że oba wzory wykorzystane do obliczenia wartości współczynnika rozszerzalności objętościowej, dały zbliżone rezultaty.

Otrzymana wartość współczynnika rozszerzalności objętościowej wody w zakresie temperatur od  $20^\circ C$  do  $37^\circ C$  jest bliska rzeczywistej wartości<sup>6</sup>. Wadą pracy było wykonanie tylko jednego pomiaru.

Prac dobrych (6–10 punktów) było 15 %.

<sup>5</sup> Należało usuwać pęcherzyki powietrza z powierzchni bryłki zanurzonej w wodzie (przyp. z książki).

<sup>6</sup> Wartość współczynnika rozszerzalności objętościowej wody w temperaturze  $20^\circ C$  wynosi  $0,000207 \text{ 1/}^\circ C$  (przyp. red.).