X OLIMPIADA FIZYCZNA

(1960/1961)

ZAWODY II STOPNIA

CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T1

Nazwa – Pociąg z oderwanymi wagonami.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Czesław Ścisłowski[1], *Fizyka w Szkole* nr 3, 1961, str. 177-182
– Aniela Nowicka[2], *Olimpiady Fizyczne IX i X*, 1965, str. 94-100
– T.M. Molenda (red.), IF US, www.OF.szc.pl.

Pociąg o ciężarze 500 T ([3]) jedzie po torze poziomym ze stałą prędkością. W pewnej chwili odrywa się od pociągu kilka ostatnich wagonów, których ciężar wynosi 100 T. Maszynista zamknął dopływ pary do maszyny w chwili, gdy zauważył zmianę w składzie pociągu. Jak się później okazało, pociąg przebył 240 m w czasie, który upłynął od chwili oderwania się wagonów do chwili zamknięcia dopływu pary. Z czego wywnioskował maszynista, że w składzie pociągu nastąpiła zmiana?

W jakiej odległości znajdował się pociąg w chwili zatrzymania się od wagonów, które się oderwały? Zakładamy, że opory ruchu są proporcjonalne do ciężarów poruszających się ciał.

---

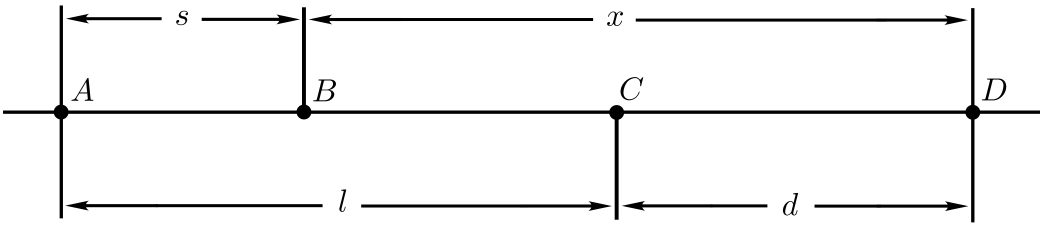
[1] Dr Czesław Ścisłowski pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od VIII OF do XVII OF, w tym okresie był autorem artykułów z OF w czasopiśmie dla nauczycieli *Fizyka w Szkole*, również autor książki *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII* (przyp. red.).

[2] Aniela Nowicka była członkiem KGOF od II OF do XVI OF; w ww. książce zad. III st. X OF opracował dr Stefan Czarnecki, autor książek *Olimpiady Fizyczne I–IV*, *Olimpiady Fizyczne VII i VIII* (przyp. red.).

[3] T (tonna siły) symbol dawnej wtórnej jednostki siły w tzw. układzie technicznym jednostek miar, gdzie podstawową jednostką był 1 kG (kilogram siła) def. jako siła przyciągania przez Ziemię masy 1 kg w miejscu, gdzie przyspieszenie ziemskie wynosi 9,8066 m/s^2 ; 1 T = 1 000 kG = 9806,65 N (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T1 – X OF, II stopień, część teoretyczna

Do chwili oderwania się wagonów pociąg poruszał się ruchem jednostajnym. Siła ciągnąca i siła oporów ruchu równoważyły się. Z chwilą oderwania się wagonów siła ciągnąca przewyższyła siłę oporów. Pociąg o zmniejszonym składzie zaczął poruszać się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Prędkość pociągu[4] wzrosła od wartości v_0 całego składu w punkcie A rys. 1, do wartości v_p w punkcie C. Właśnie po tym zwiększeniu prędkości maszynista zorientował się, że nastąpiła zmiana w składzie pociągu i zamknął dopływ pary. Pociąg wtedy znajdował się w odległości $l = 240\,\mathrm{m}$ od miejsca oderwania wagonów. Od tej chwili pociąg poruszał się ruchem jednostajnie opóźnionym, aż stanął po przebyciu drogi $CD = d$. Wagony, które oderwały się od pociągu, poruszały się ruchem jednostajnie opóźnionym na drodze $AB = s$ i zatrzymały się w punkcie B.



Rys. 1

Po tych ogólnych rozważaniach przystąpimy do rozwiązania zadania następującymi sposobami.

Sposób I — energetyczny

Szukana odległość $x = l + d - s$. Siła ciągnąca F lokomotywy była równa sile oporów ruchu przed oderwaniem się wagonów. Z założenia, że opory ruchu są proporcjonalne do ciężarów poruszających się ciał wynika zależność:

$$F = fP \quad (P \text{ – ciężar całego składu pociągu}).$$

Siła oporów ruchu po oderwaniu się wagonów wynosiła $F_1 = f(P - Q)$, gdzie Q - ciężar odłączonych wagonów.

Teraz siła ciągnąca przewyższa siłę oporów ruchu o $(F - F_1)$, tj. o

$$F_2 = F - F_1 = fP - f(P - Q) = fQ.$$

Wskutek tego energia kinetyczna pociągu wzrosła do chwili wyłączenia dopływu pary od wartości E_1 w punkcie A do wartości E_2 w punkcie C. Energia kinetyczna wynosiła w punkcie A:

$$E_1 = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{P - Q}{g} \cdot \frac{v_0^2}{2},$$

a w punkcie C:

$$E_2 = \frac{P - Q}{g} \cdot \frac{v_\mathrm{p}^2}{2}.$$

(v_0 – prędkość całego pociągu w punkcie A, v_p – prędkość pociągu w punkcie C). Zwiększenie energii kinetycznej pociągu wynosi

$$E_2 - E_1 = \frac{(P - Q)v_\mathrm{p}^2}{2g} - \frac{(P - Q)v_0^2}{2g}. \tag{1}$$

[4] Zmniejszony skład pociągu z lokomotywą nadal będziemy nazywać pociągiem. (przyp. z książki)

Ten przyrost energii nastąpił wskutek zmniejszenia się pracy sił oporów ruchu fQ na drodze $AC = l$, zatem

$$\frac{(P-Q)v_{\mathrm{p}}^2}{2g} - \frac{(P-Q)v_0^2}{2g} = fQl. \tag{2}$$

Kosztem energii pociągu po osiągnięciu prędkości v_{p} w punkcie C zostanie wykonana praca W_1 na drodze $CD = d$:

$$W_1 = f(P-Q)d,$$

zatem

$$\frac{(P-Q)v_{\mathrm{p}}^2}{2g} = f(P-Q)d,$$

skąd

$$\frac{v_{\mathrm{p}}^2}{2g} = fd. \tag{3}$$

Wiadomo również, że kosztem energii kinetycznej oderwanych wagonów została wykonana praca na drodze $AB = s$:

$$W_2 = fQs.$$

Ponieważ energia kinetyczna wagonów w punkcie A wynosiła

$$E_3 = \frac{Qv_0^2}{2g},$$

możemy napisać

$$\frac{Qv_0^2}{2g} = fQs. \tag{4}$$

skąd

$$\frac{v_0^2}{2g} = fs. \tag{5}$$

Podstawiamy wyrażenie (3) i (5) do wzoru (2):

$$(P-Q)fd - (P-Q)fs = fQl.$$

Po uproszczeniu otrzymamy

$$d = \frac{Ql}{P-Q} + s.$$

Teraz możemy wyznaczyć szukaną odległość pociągu od oderwanych wagonów:

$$x = l + d - s = l + \frac{Ql}{P-Q} + s - s = \frac{Pl}{P-Q}.$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymamy

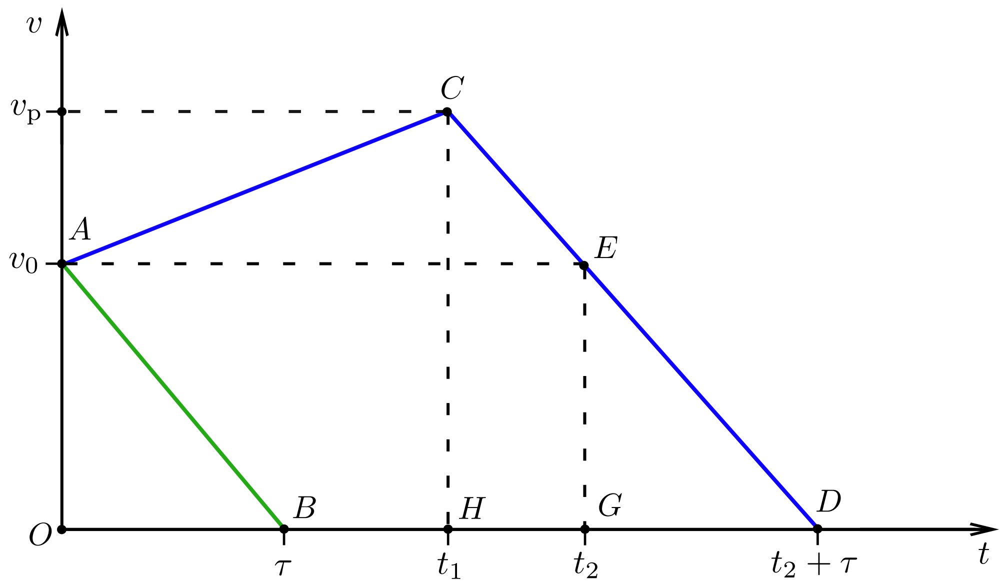
$$x = \frac{500\,\mathrm{T}\cdot 240\,\mathrm{m}}{400\,\mathrm{T}} = 300\,\mathrm{m}.$$

Pociąg zatrzymał się w odległości 300 metrów od oderwanych wagonów.

Sposób II — graficzny

Posłużymy się teraz metodą graficzną w oparciu o wiadomości z kinematyki.

Kilku zawodników próbowało przedstawić ruch wagonów i pociągu na wykresie $v = f(t)$, ale bez powodzenia. Na podstawie początkowych rozważań w pierwszym sposobie rozwiązania wykres (rys. 2) powinien być zrozumiały. Prędkość wagonów oderwanych maleje od v_0 do 0 po czasie τ. Prędkość pociągu po oderwaniu wagonów wzrasta od v_0 do v_p, tj. do chwili wyłączenia dopływu pary po czasie t_1, a następnie maleje od v_p do 0, tj. do chwili zatrzymania się pociągu. Ponieważ $v_\mathrm{p} > v_0$, pociąg – poruszając się ruchem jednostajnie opóźnionym i zmniejszając swą prędkość do 0 (punkt D) – musi w pewnej chwili osiągnąć prędkość v_0 (punkt E). Czas temu odpowiadający, jak widać z wykresu, wynosi t_2, licząc od momentu oderwania sie wagonów.



Rys. 2

Łatwo możemy wykazać, że opóźnienie[5] a w ruchu oderwanych wagonów i opóźnienie a_1 w ruchu pociągu po zamknięciu dopływu pary są jednakowe:

$$a = \frac{fQg}{Q} = fg, \quad a_1 = \frac{f(P-Q)g}{(P-Q)} = fg. \tag{6}$$

Wobec tego czas τ, w którym prędkość pociągu malała od v_0 do 0, jest taki sam jak czas ruchu wagonów, tj. $OB = GD$ (punkt O ma współrzędne (0, 0)). Z równości opóźnień oraz czasów w ruchu jednostajnie opóźnionym pociągu i wagonów, gdy v_0 maleje do 0, można wnioskować, że odcinki AB i CD są do siebie równoległe ($v_0 = a\tau$). Na tej samej zasadzie, na której opiera się znane uczniom wyprowadzenie wzoru dla drogi w ruchu jednostajnie zmiennym w układzie współrzędnych t i v, przebyte drogi przez pociąg i wagony można wyrazić przez odpowiednie pola figur na wykresie. A więc całkowita droga pociągu będzie równa liczbowo polu figury $OACD$, a droga wagonów polu trójkąta OAB. Szukaną odległością x, zgodnie z treścią zadania, jest odległość pociągu w chwili zatrzymania się od miejsca oderwania się wagonów. Z wykresu widać, że

$$x = S_{OACD} - S_{OAB}. \tag{7}$$

W warunkach zadania podana jest droga, jaką pociąg przebył od chwili oderwania się wagonów

[5] Opóźnienie — określenie stosowane potocznie, jednak nie def. opóźnienia tylko przyspieszenie; mówimy przyspieszenie czy wartość przyspieszenia w ruchu opóźnionym (przyp. red.).

do chwili zamknięcia dopływu pary przez maszynistę $l = 240\,\mathrm{m}$, droga ta wyrażona jest przez pole trapezu $OACH$:

$$l = S_{OACH} = \frac{v_0 + v_\mathrm{p}}{2} \cdot t_1. \tag{8}$$

Pole figury $OACD$ jest sumą pól prostokąta $OAEG$ i trójkątów ACE i EGD:

$$S_{OACD} = S_{OAEG} + S_{ACE} + S_{EGD} = v_0 t_2 + \frac{v_\mathrm{p} - v_0}{2} \cdot t_2 + S_{EDG} = \frac{v_0 + v_\mathrm{p}}{2} \cdot t_2 + S_{EGD}.$$

Z poprzednich rozważań wynika równość S_{EGD} i S_{OAB}. Wobec tego

$$S_{OACD} = \frac{v_0 + v_\mathrm{p}}{2} \cdot t_2 + S_{OAB}.$$

Teraz zależność (7) przyjmie postać

$$x = \frac{v_0 + v_\mathrm{p}}{2} \cdot t_2 + S_{OAB} - S_{OAB} = \frac{v_0 + v_\mathrm{p}}{2} \cdot t_2. \tag{9}$$

Z wyrażenia (8) mamy

$$\frac{v_0 + v_\mathrm{p}}{2} = \frac{l}{t_1},$$

skąd

$$x = l\frac{t_2}{t_1}. \tag{10}$$

Aby znaleźć stosunek czasów t_2/t_1, znajdźmy stosunek przyspieszenia a_2 pociągu od chwili oderwania się wagonów do chwili wyłączenia dopływu pary i opóźnienia[6] a_1 — po wyłączeniu pary. Z wykresu na podstawie wzoru $a = \Delta v/\Delta t$ mamy

$$a_2 = \frac{v_\mathrm{p} - v_0}{t_1} \quad \text{i} \quad a_1 = \frac{v_\mathrm{p} - v_0}{t_2 - t_1},$$

a stąd

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{t_2 - t_1}{t_1}. \tag{11}$$

Przyspieszenie a_2 nadaje pociągowi o ciężarze $(P - Q)$ siła fQ (patrz Sposób I), zatem

$$a_2 = \frac{fQg}{P - Q}. \tag{12}$$

Z zależności (6) i (12) mamy

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{fQg}{(P - Q)fg} = \frac{Q}{P - Q}. \tag{13}$$

Z wyrażeń (11) i (13) wynika równość

$$\frac{t_2 - t_1}{t_1} = \frac{Q}{P - Q},$$

a stąd

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{Q}{P - Q} + 1, \quad \frac{t_2}{t_1} = \frac{P}{P - Q}. \tag{14}$$

Zatem na podstawie zależności (10) poszukiwana odległość wynosi

[6] Zob. przypis poprzedni (przyp. red.).

$$x = l \cdot \frac{t_2}{t_1} = \frac{Pl}{P - Q}.$$

Rozwiązując drugim sposobem doszliśmy do tego samego wyniku co w pierwszym rozwiązaniu.

Prac od 6–10 punktów było 5 %.