XII OLIMPIADA FIZYCZNA

(1962/1963)

ZAWODY III STOPNIA

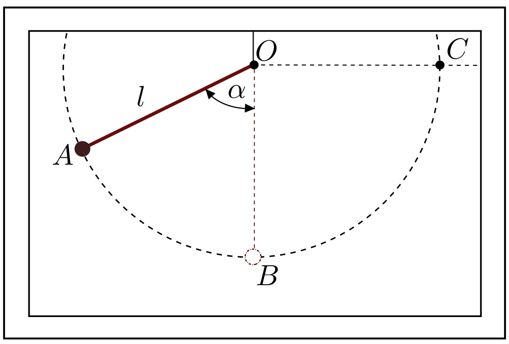
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T1

Nazwa – Wyznaczanie kąta odchylenia wahadła zawieszonego w ramie swobodnie spadającej.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Czesław Ścisłowski[1], *Fizyka w Szkole* nr 4, 1963, s. 41–42
– Piotr Halfter[2], *Olimpiady fizyczne XI i XII*, PZWS, Warszawa 1966, s. 148–150
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Kulkę zawieszono na nici. Koniec nici umocowano na ramie[3] wiszącej pionowo (rys.[4]). Tak sporządzone wahadło odchylono o kąt α, a następnie zwolniono. W chwili, gdy kulka przechodziła przez położenie równowagi (punkt B) rama zaczęła spadać swobodnie. Gdy kulka osiągnęła położenie C (wychylenie wahadła od położenia równowagi wynosiło wówczas 90°) rama została nagle zatrzymana. O jaki kąt α należy odchylić wahadło, aby na chwilę przed zatrzymaniem ramy prędkość kulki była równa zeru?



---

[1] Dr Czesław Ścisłowski pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od VIII OF do XVII OF, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, książki *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII* (przyp. red.).
[2] Piotr Halfter był członkiem KGOF od I OF do XXIV OF (przyp. red.).
[3] Rama – służyła do uwidaczniania stanu nieważkości w układzie spadającym w polu ciężkości. Tutaj warto polecić rozdz. III p. 4. *Siły w układach przyśpieszonych* w książce A. Piekara, *Mechanika*, gdzie b. szczegółowo jest omówionych wiele doświadczeń. Warto też wspomnieć, że do doświadczeń ze spadającą ramą w auli Wydz. Fizyki UAM jest specjalny balkonik. (przyp. red.)
[4] Rys. został na nowo wykonany i uzupełniony przy opracowaniu zad. do bazy zadań w KGOF (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T1 – XII OF, III stopień, część teoretyczna

Kulka odchylona o kąt α od położenia równowagi została obdarzona energią potencjalną większą o $E_\mathrm{p} = mgh$ niż w położeniu równowagi. Z rysunku wynika, że

$$h = l - l\cos\alpha = l(1-\cos\alpha), \tag{1}$$

gdzie h jest różnicą poziomów, na których znajdują się punkty A i B, zaś l jest długością nici.

Gdy kulka powraca do położenia równowagi, jej energia potencjalna ulega przemianie na kinetyczną (oporów ruchu nie uwzględniamy)

$$E_\mathrm{k} = \frac{mv_B^2}{2}, \tag{2}$$

przy czym

$$\frac{mv_B^2}{2} = mgl(1-\cos\alpha). \tag{3}$$

Przechodząc przez położenie równowagi kulka osiąga prędkość maksymalną

$$v_B = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}. \tag{4}$$

W tym momencie rozpoczyna się swobodne spadanie ramy, na której zawieszono kulkę. Wraz z ramą spada kulka z przyspieszeniem g. Prędkość układu (rama z kulką) rośnie z czasem według prawa:

$$v = gt. \tag{5}$$

Równocześnie kulka zachowując prędkość uzyskaną w chwili przejścia przez punkt B – porusza się względem ramy zakreślając okrąg o promieniu l i środku O w punkcie zawieszenia. Wektor prędkości tej jest styczny do okręgu. Zatem w chwili, gdy kulka dociera do punktu C, wektor ten jest skierowany pionowo do góry i szybkość $v_C = v_B$. Droga przebyta przez kulkę ruchem jednostajnym po okręgu od B do C równa się długości czwartej części okręgu czyli:

$$s = \frac{2\pi l}{4} = \frac{\pi l}{2}. \tag{6}$$

Czas trwania tego ruchu

$$t = \frac{s}{v_C} = \frac{\pi l}{2\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}}. \tag{7}$$

Po upływie tego czasu rama zostaje zatrzymana. Końcowa prędkość spadania ramy wraz z kulką (na chwilę przed zatrzymaniem)

$$v_1 = gt, \tag{8}$$

gdzie t jest czasem trwania ruchu kulki od B do C. Wektor tej prędkości jest skierowany pionowo w dół.

Zgodnie z warunkiem zadania prędkość kulki ma równać się zeru. Wobec tego

$$v_C = v_1, \tag{9}$$

czyli

$$\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = g\frac{\pi l}{2\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}}. \tag{10}$$

Stąd

$$4gl(1-\cos\alpha) = \pi gl. \tag{11}$$

Zatem

$$1-\cos\alpha = \frac{\pi}{4}, \text{ czyli } \cos\alpha = 1-\frac{\pi}{4} = 0{,}2146, \tag{12}$$

więc $\alpha = 77°37'$.

Tak więc kulkę należy odchylić o kąt $\alpha = 77°37'$ od położenia równowagi, aby w chwili osiągnięcia punktu C i przy równoczesnym zatrzymaniu ramy prędkość jej była równa zeru.