XII OLIMPIADA FIZYCZNA
(1962/1963)
ZAWODY III STOPNIA
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T2

Nazwa – Wyznaczanie obrazu przedmiotu utworzonego przez soczewkę skupiającą ze zwierciadłem wklęsłym.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Czesław Ścisłowski[1], *Fizyka w Szkole* nr 4, 1963, s. 42–43
– Piotr Halfter[2], *Olimpiady fizyczne XI i XII*, PZWS, Warszawa 1966, s. 150–155
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Za soczewką zbierającą o ogniskowej 20 cm umieszczono w odległości 30 cm prostopadle do osi optycznej zwierciadło kuliste wklęsłe o promieniu krzywizny 20 cm. Z drugiej strony soczewki w odległości 40 cm umieszczono przedmiot świecący. Gdzie i jaki otrzymamy obraz przedmiotu?

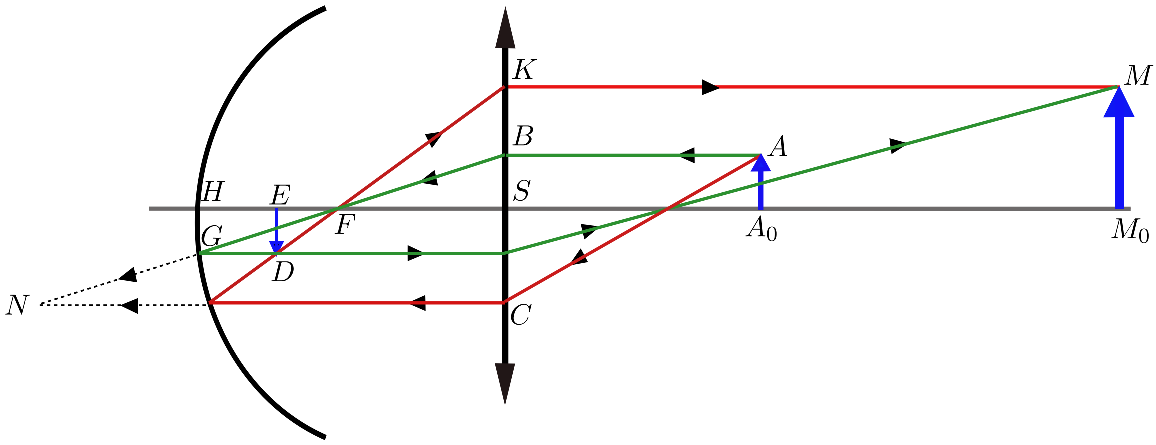
[1] Dr Czesław Ścisłowski pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od VIII OF do XVII OF, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, książki *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII* (przyp. red.).

[2] Piotr Halfter był członkiem KGOF od I OF do XXIV OF (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T2 – XII OF, III stopień, część teoretyczna

Przy rozwiązywaniu zadań z optyki geometrycznej pożyteczne jest posługiwanie się rysunkiem. Ułatwia to w dużym stopniu rozwiązywanie zadania szczególnie zaś wówczas, gdy mamy dane liczbowe. Z takim właśnie przypadkiem mamy do czynienia w naszym zadaniu. Przy wykonywaniu rysunku stwierdzamy, że ognisko soczewki i ognisko zwieriadła znajdują się w jednym i tym samym punkcie. Ułatwia to graficzne rozwiązanie zadania.

Z punktu A przedmiotu prowadzimy dwa promienie: AB biegnący równolegle do głównej osi optycznej układu (soczewki i zwierciadła) oraz AC biegnący przez ognisko soczewki leżące po tej samej stronie soczewki co i przedmiot (rys.[3]).



Pierwszy promień po przejściu przez soczewkę przechodzi przez ognisko soczewki i zwierciadła. Napotykając powierzchnię zwierciadlaną odbija się. Kierunek jego po odbiciu jest równoległy do głównej osi optycznej. Drugi promień po przejściu przez soczewkę biegnie równolegle do głównej osi optycznej, trafia na zwierciadło i po odbiciu biegnie przez wspólne ognisko zwierciadła i soczewki[4]. Odbite od zwierciadła promienie przecinają się w punkcie D, który jest ponadto obrazem punktu A przedmiotu. Obraz przedmiotu utworzony przez zwierciadło jest rzeczywisty, odwrócony i dwa razy mniejszy niż przedmiot. Nietrudno to udowodnić posługując się rysunkiem. Wiadome jest, że celem uzyskania możliwie ostrych obrazów korzystamy z części powierzchni odbijających leżących blisko głównej osi optycznej (z kursu fizyki szkolnej wiadomo, że zależność $f = r/2$, z której wynika, że ogniskowa równa się połowie promienia krzywizny, spełnia się w zadowalającym przybliżeniu dla promieni tworzących małe kąty z główną osią optyczną). Rysując odcinek GH równy i równoległy do DE możemy zaniedbać krzywiznę powierzchni zwierciadła. Biorąc pod uwagę dwa trójkąty GHF i FSB stwierdzamy, że są one podobne, to znaczy $GH : BS = HF : FS$. Ale

$$HF = \frac{1}{2}FS \quad \text{(z warunków zadania)}.$$

Stąd

$$GH = \frac{1}{2}BS.$$

Wysokość obrazu równa się zatem połowie wysokości przedmiotu.

[3] Rys. został na nowo wykonany i uzupełniony przy opracowaniu zad. do bazy zadań w KGOF (przyp. red.). Uwaga: kolory na rysunku służą jedynie zwiększeniu jego czytelności i nie mają rzeczywistego sensu fizycznego.

[4] Należy tu zwrócić uwagę, że na zwierciadło pada wiązka zbieżna. Obraz utworzony przez zwierciadło powstaje między zwierciadłem a jego ogniskiem.

Promienie odbite od zwierciadła przechodzą przez soczewkę. Promień DK przechodzący przez ognisko biegnie (po przejściu przez soczewkę) równolegle do głównej osi optycznej. Promień GD biegnący równolegle do głównej osi optycznej przechodzi przez soczewkę oraz jej ognisko i przecina się z promieniem DK tworząc w punkcie M nowy obraz punktu D. Jest to obraz rzeczywistego obrazu utworzonego przez zwierciadło, jest więc zarazem obrazem przedmiotu. Jest on rzeczywisty, prosty względem przedmiotu i powiększony.

Z rysunku wynika, że $EF = 1/2\, HF$ (czyli $EF = 5\,\mathrm{cm}$), zaś $FS = 2HF$ (czyli $FS = 20\,\mathrm{cm}$). Stąd

$$FS = 4EF.$$

Z podobieństwa trójkątów EDF i FKS wynika, że

$$\frac{KS}{DE} = \frac{FS}{EF}.$$

Wobec tego utworzony przez soczewkę drugi obraz jest 4 razy większy od obrazu utworzonego przez zwierciadło albo 2 razy większy od przedmiotu, tj.

$$\frac{MM_0}{DE} = 4, \quad \frac{MM_0}{AA_0} = 2.$$

Rozwiązanie rachunkowe

Oznaczmy ogniskową soczewki przez f_1 (20 cm), promień krzywizny zwierciadła przez r (20 cm). Wobec tego ogniskowa zwierciadła

$$f_2 = r/2 \ (10\,\mathrm{cm}).$$

Odległość przedmiotu od soczewki oznaczmy przez x_1 (40 cm). Odległość zwierciadła od soczewki – przez d (30 cm). Z równania soczewki, w którym y_1 oznacza odległość obrazu,

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{y_1} = \frac{1}{f_1}$$

wyznaczamy y_1. Po podstawieniu wartości liczbowych x_1 oraz f_1 otrzymujemy $y_1 = 40\,\mathrm{cm}$. To znaczy, że gdyby po drugiej stronie nie było zwierciadła, otrzymalibyśmy obraz w tej samej odległości co przedmiot (łatwo to zresztą przewidzieć, bo $x_1 = 2f_1$). Obraz ten byłby tej samej wielkości co przedmiot (wynika to z równości $y_1 = x_1$). W rzeczywistości obrazu tego nie ma, bowiem na drodze znajduje się zwierciadło. Wskutek tego, że na zwierciadło pada wiązka zbieżna, obraz powstanie w rzeczywistości przed zwierciadłem. Odległość jego od zwierciadła obliczamy w sposób następujący. Kierunki promieni odbitych od zwierciadła tworzących w przecięciu obraz punktu A określają położenie punktu N względem zwierciadła. Ponieważ punkt N leży poza zwierciadłem w odległości $y_1 - d$, przypisujemy tej odległości znak minus i traktujemy ten punkt jako pozorny przedmiot, którego obrazem jest punkt D. Stosując równanie zwierciadła otrzymujemy

$$-\frac{1}{y_1 - d} + \frac{1}{y_2} = \frac{1}{f_2},$$

gdzie y_2 jest to odległość obrazu od zwierciadła, albo

$$\frac{1}{d - y_1} + \frac{1}{y_2} = \frac{1}{f_2}.$$

Podstawiając wartości liczbowe otrzymujemy

$$\frac{1}{y_2} = \frac{2}{10}\,\frac{1}{\mathrm{cm}}, \quad \text{czyli} \quad y_2 = 5\,\mathrm{cm}.$$

Odległość obrazu utworzonego przez zwierciadło od soczewki wynosi więc

$$x_2 = d - y_2 = (30 - 5)\,\mathrm{cm} = 25\,\mathrm{cm}.$$

Aby obliczyć odległość nowego obrazu, który tworzą promienie biegnące od tego obrazu utworzonego przez zwierciadło i padające na soczewkę, stosujemy znowu równanie soczewki:

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{y_3} = \frac{1}{f_1}.$$

Zatem

$$\frac{1}{y_3} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{x_2} = \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{25}\right)\frac{1}{\mathrm{cm}} = \frac{1}{100}\,\frac{1}{\mathrm{cm}},$$

czyli $y_3 = 100\,\mathrm{cm}$.

Obraz jest rzeczywisty, ponieważ $x_2 > f_1$. Powiększenie obrazu ostatecznego obliczamy mnożąc powiększenie, które dają zwierciadło i soczewka

$$n = \frac{y_2}{y_1 - d}\,\frac{y_3}{x_2}, \quad \text{czyli} \quad n = 2.$$