

XV OLIMPIADA FIZYCZNA (1965/1966). Stopień III, zadanie doświadczalne – D

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Tadeusz Pniewski: *Olimpiady Fizyczne XV i XVI*. PZWS, Warszawa 1969
(str. 50 – 54)

Nazwa zadania: Wyznaczanie gęstości ciała pomocą wagi hydrostatycznej

Działy: Hydrostatyka, mechanika

Słowa kluczowe: gęstość ciała, siła wyporu, ciężar, objętość, prawo Archimedesesa, III zasada dynamiki, waga

Zadanie 4, doświadczalne – D, zawody III stopnia, XV OF

Masz do dyspozycji dwie bryłki, naczynie z wodą, wagę, odważniki, zlewkę, statyw z łapą, nić.

Wyznacz gęstość każdej z podanych bryłek. Przyjmij gęstość wody 1 g/cm^3 . Wskaż źródła niepewności pomiarów.

Rozwiązanie

Gęstość ciała d definiujemy jako stosunek $\frac{m}{V}$, gdzie m jest masą ciała, a V – jego objętością.

Do wyznaczenia gęstości bryłek potrzebna jest zatem znajomość ich mas i objętości.

W zestawie przedmiotów, które uczeń ma do dyspozycji, jedynym przyrządem pomiarowym jest waga.

Wszystkie informacje potrzebne do wyznaczenia gęstości bryłek muszą być więc uzyskane poprzez wykonanie odpowiedniej liczby ważeń.

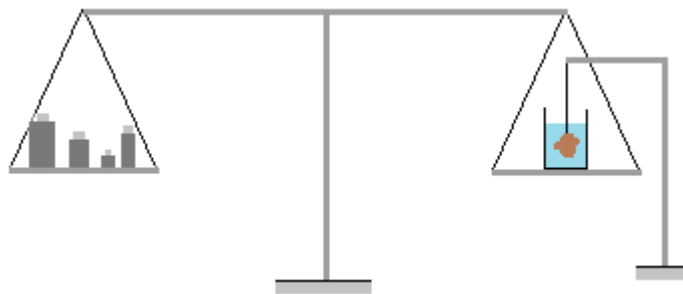
Najpierw ważymy każdą bryłkę z osobna znajdując w ten sposób ich ciężary P_1 i P_2 .

Stąd ich masy wynoszą odpowiednio:

$$m_1 = \frac{P_1}{g} \quad \text{i} \quad m_2 = \frac{P_2}{g} \quad (1)$$

Przy wyznaczaniu objętości bryłek opieramy się na prawie Archimedesesa. Według tego prawa na ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu skierowana ku górze, równa co do wartości ciężarowi wypartej cieczy. Wystarczy więc zmierzyć siłę wyporu działającą na ciało i znać gęstość cieczy, aby obliczyć objętość zanurzonego ciała.

W celu znalezienia siły wyporu dokonujemy dwóch ważeń: ważymy najpierw zlewkę z wodą znajdując jej ciężar P_w . Następnie zanurzamy do wody bryłkę przywiązaną za pomocą nici do statywu – rys. 1. Na bryłkę działa siła wyporu W . Jak wynika z III zasady dynamiki,



Rys. 1

bryłka oddziałuje z tą samą siłą na wodę, a za pośrednictwem wody na szalkę. Waga nie znajduje się więc już teraz w równowadze. Po ponownym zrównoważeniu otrzymujemy jako nowy rezultat ważenia wartość P'_w . Między P'_w i P_w zachodzi związek

$$P'_w = P_w + W.$$

Objętość zanurzonej bryłki wynosi zatem:

$$V_1 = \frac{P'_w - P_w}{d_w \cdot g}, \quad (2)$$

gdzie d_w jest gęstością wody.

Opisana metoda pomiaru objętości daje się zastosować tylko do jednej z bryłek. Druga bryłka okazuje się że nie tonie. Należy zatem obie bryłki połączyć razem i w ten sposób zanurzyć je do wody. Otrzymujemy nowy wynik ważenia P''_w . Stąd znajdujemy objętość obydwóch bryłek razem:

$$V_{1+2} = \frac{P''_w - P_w}{d_w \cdot g}.$$

Objętość bryłki lżejszej od wody wynosi zatem:

$$V_2 = \frac{P''_w - P_w}{d_w \cdot g} - \frac{P'_w - P_w}{d_w \cdot g},$$

czyli

$$V_2 = \frac{P''_w - P'_w}{d_w \cdot g}. \quad (3)$$

Wykorzystując związki (1), (2), (3) obliczamy gęstość obu bryłek:

$$d_1 = \frac{P_1}{P'_w - P_w} d_w \quad \text{i} \quad d_2 = \frac{P_2}{P''_w - P'_w} d_w.$$

Dokładność otrzymanych wyników zależy w pierwszym rzędzie od dokładności wyrażenia. Zawodnicy mieli do dyspozycji wagi laboratoryjne pozwalające ważyć z dokładnością do 0,01 g. Wynikającą stąd względną niepewność pomiaru wyznaczonej gęstości obliczamy ze wzoru:

$$\frac{\Delta d_i}{d_i} = \sqrt{\left(\frac{\Delta P_i}{P_i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta W_i}{W_i}\right)^2}, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

gdzie $\Delta P_i = 0,001 \text{ N}$ – niepewność pojedynczego pomiaru, czyli niepewność z jaką znany jest ciężar bryłki,

$\Delta W_i = \sqrt{2} \cdot 0,001 \text{ N}$ – niepewność pomiaru z jaką znana jest siła wyporu.

Czynnik $\sqrt{2}$ wynika stąd, że siła wyporu jest obliczana na podstawie wyników dwóch ważeń.

Dla ilustracji opisanej wyżej metody wyznaczania gęstości ciał przytoczymy rezultaty uzyskane przez jednego z zawodników:

Ciężar pierwszej bryłki: $P_1 = (199,0 \pm 0,1) \text{ mN}$.

Siła wyporu: $W_1 = (18,40 \pm 0,14) \text{ mN}$,

stąd względne niepewności pomiaru mierzonych wielkości wynoszą:

$$\frac{\Delta P_1}{P_1} \cong 0,05\% ; \quad \frac{\Delta W_1}{W_1} \cong 0,8\% ;$$

a niepewność pomiaru z jaką wyznaczona została gęstość bryłki wynosi:

$$\frac{\Delta d_1}{d_1} \cong 0,8\% ,$$

sama zaś gęstość równa jest:

$$d_1 = (10,8 \pm 0,1) \text{ g/cm}^3 .$$

Dla drugiej bryłki zawodnik uzyskał następujące wyniki:

ciężar bryłki: $P_2 = (32,1 \pm 0,1) \text{ mN}$,

siła wyporu: $W_2 = (35,9 \pm 0,14) \text{ mN}$,

stąd

$$\frac{\Delta P_2}{P_2} \cong 0,3\% , \quad \frac{\Delta W_2}{W_2} \cong 0,4\% \quad \text{i} \quad \frac{\Delta d_2}{d_2} \cong 0,5\% ;$$

gęstość bryłki: $d_2 = (0,894 \pm 0,004) \text{ g/cm}^3 .$

Poza uwzględnionymi już niepewnościami pomiaru mającymi charakter przypadkowy, występują jeszcze niepewności systematyczne:

1) Nieuwzględniona siła wyporu powietrza, jakiej doznają badane bryłki, sprawia, że ich rzeczywisty ciężar jest nieco większy od uzyskanego wyniku wrażenia.

Różnica stanowi bardzo mały ułamek ciężaru bryłek ($\sim 10^{-4}$).

Błąd ten działa w kierunku zmniejszania wyznaczonej gęstości bryłek.

2) Gęstość wody jest zależna od temperatury. Przyjmując $d_w = 1 \text{ g/cm}^3$ nie uwzględniamy tej zależności. Popelniana przez to niepewność pomiaru wynosi:

$$\frac{\Delta d_w}{d_w} \sim 10^{-3} .$$

Ponieważ rzeczywista gęstość wody jest nieco mniejsza niż 1 g/cm^3 , zatem niepewność ta prowadzi do zwiększenia gęstości bryłek.

3) Nić, na której uwiązane są bryłki, oraz obecność ewentualnych pęcherzyków powietrza powodują zwiększenie obserwowanej siły wyporu, a tym samym zmniejszenie wyznaczonej gęstości bryłek. Tą niepewność pomiaru można zredukować do minimum przez staranne usunięcie pęcherzyków powietrza, zastosowanie możliwie cienkiej nici oraz płytkie zanurzenie bryłek, aby jak najmniejsza część nici znajdowała się w wodzie.

Wymienione niepewności systematyczne są znacznie mniejsze od niepewności przypadkowych, a ponadto znoszą się częściowo ze względu na różne znaki.