XVII OLIMPIADA FIZYCZNA(1967/1968). Stopień I, zadanie teoretyczne – T1

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Czesław Ścisłowski: Olimpiady fizyczne XVII i XVIII. PZWS, Warszawa 1971.

Nazwa zadania: Czasy spotkania balonika i kamienia w ich ruchu pionowym.

Działy: Kinematyka.

Słowa kluczowe: ruch jednostajny, przyspieszony, prędkość, rzut pionowy, czas ruchu.

Zadanie teoretyczne – T1, **zawody I stopnia, XVII OF**.

Balonik wznosi się pionowo, ruchem jednostajnym z prędkością v_1=3 m/s. Po τ =5 s od momentu wypuszczenia balonika został wyrzucony pionowo w górę kamień z prędkością v_2 = 28 m/s. Ile razy i na jakich wysokościach kamień minie się z balonikiem? Dla jakiej wartości t kamień i balonik spotkają się tylko jeden raz? (W zadaniu zakładamy, że balonik od początku porusza się ruchem jednostajnym.)

Rozwiązanie

Po 5 sekundach od momentu wystartowania balonika wyrzucono z poziomu ziemi pionowo w gorę kamień z prędkością znacznie większa od prędkości balonika. Toteż po stosunkowo krótkim czasie kamień dogoni balonik, minie go i wracając z powrotem na Ziemię znów spotka się z balonikiem. A więc spotkanie balonika z kamieniem może zajść dwukrotnie.

Możemy wyliczyć, na jakich wysokościach nad powierzchnią ziemi zachodzić będą spotkania kamienia z balonikiem. Przypomnijmy że spotkania te zachodzić będą po czasie t_1 oraz t_2 od chwili wyrzucenia kamienia. Wysokość, na jaka wzniesie się kamień, wyliczamy z zależności ogólnej

$$h_k = \upsilon_2 t - \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

podstawiając za t odpowiednie wartości .

Balonik unosząc się ruchem jednostajnym spotka się z kamieniem po czasach $\tau + t_1$ oraz $\tau + t_2$. Wysokość na jakich znajdować się będzie balonik, wyznaczymy ze wzoru

$$h_b = v_1(\tau + t). \tag{2}$$

Wysokość H_k i H_b w momencie mijania sie kamienia i balonika są sobie równe.
Zatem

$$\upsilon_2 t - \frac{gt^2}{2} = \upsilon_1(\tau + t). \#$$

Po przekształceniu i uporządkowaniu otrzymamy równanie kwadratowe względem t:

$$gt^2 - (v_2 - v_1)t + 2v_1\tau = 0\#$$

Z równania tego:

$$t_{1,2} = \frac{2(\upsilon_2 - \upsilon_1\ ) \pm \sqrt{(4\upsilon_2 - \upsilon_1)^2 - 4g2\upsilon_1\,\tau}}{2g}. \tag{3}$$

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3{,}5}{2}\ \mathrm{s}\,. \#$$

A więc $t_1 = 0{,}7$ s, zaś $t_1 = 4{,}3$ s.
W obliczeniach przyjmujemy na g wartość równą 10 m/s^2.

Jak wynika z obliczeń, spotkania balonika z kamieniem zachodzą po czasach 0,7 s i 4,3 s. Następuje to na wysokościach, które najłatwiej wyliczyć z równania (2).

Ruch balonu do pierwszego spotkania trwać będzie 5,7 s, a do spotkania drugiego 9,3 s. Zatem:

$$h_1 = \frac{3\ \text{m}}{\text{s}} \cdot 5{,}7\ \text{s} = 17{,}1\ \text{m},\ \#$$

$$h_1 = \frac{3\ \text{m}}{\text{s}} \cdot 9{,}3\ \text{s} = 27{,}9\ \text{m}.$$

Spotkanie nastąpi tylko jeden raz dla czasu t, który obliczamy z równania (3) przyjmując, że dla tego przypadku wyróżnik równania wyjściowego będzie równy zeru.
Zatem:

$$4(v_2 - v_1)^2 - 4g2v_1\tau = 0\#$$

Szukana wartość wynosi

$$\tau = \frac{(\upsilon_2 - \upsilon_1)^2}{2g\upsilon_1} = 10{,}41\ \text{s}.\ \#$$

Kamień dogoni balonik i zatrzyma się, a następnie zacznie spadać w dół. Nastąpi to na wysokości. $h = \upsilon_2^2/2\text{g} = 39{,}2\ \text{m}$ Czas lotu kamienia do tego momentu wynosi $t = 2{,}8$ s.