XXII OLIMPIADA FIZYCZNA
(1972/1973)
ZAWODY I STOPNIA

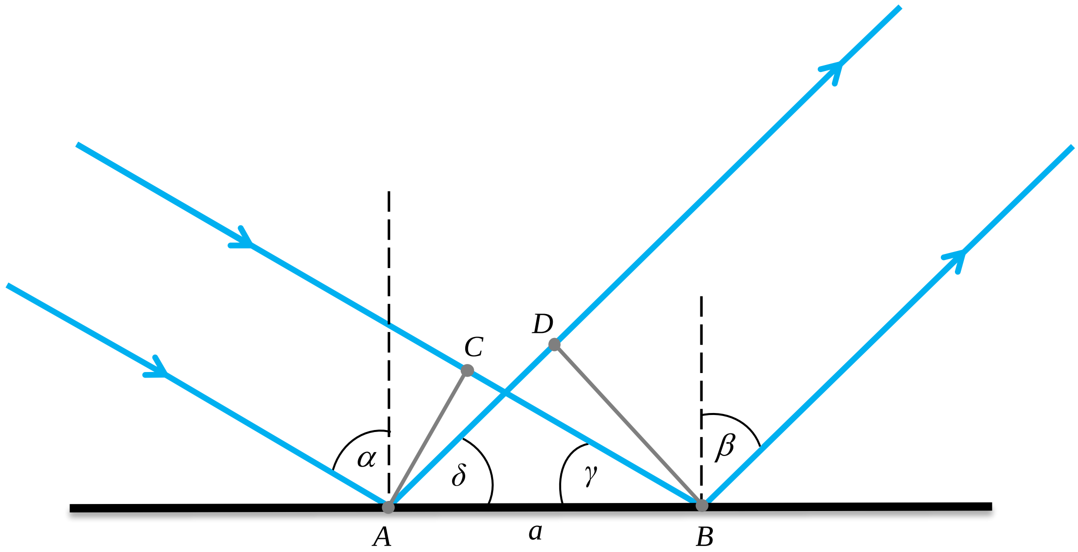
Nazwa – Wyznaczanie długości fal świetlnych korzystając z płyty gramofonowej jako siatki dyfrakcyjnej.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Andrzej Szymacha: *Olimpiady Fizyczne XXI i XXII.*
WSiP, Warszawa 1975, str. 119 – 123.
– Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki: *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami.*
Stowarzyszenie *Symetria i Własności Strukturalne*, Poznań 1994 (zad. 48)
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Mając do dyspozycji płytę gramofonową, którą można traktować jako odbiciową siatkę dyfrakcyjną, wyznacz długości fal skrajnych części widma widzialnego.

Rozwiązanie zadania D – XXII OF, I stopień

Zasada działania odbiciowej siatki dyfrakcyjnej nie różni się niczym innym od zasady działania zwyczajnej siatki dyfrakcyjnej. Interferencję wzmacniającą otrzymamy dla takich kątów obserwacji odbicia, dla których różnica dróg optycznych dwóch promieni rozchodzących się od sąsiednich szczelin będzie równa całkowitej wielokrotności długości fali.



Rys. 1. Promienie padające i odbite od płyty. A i B – punkty padania promienia świetlnego, $a = AB$ – stała siatki dyfrakcyjnej, α i β – kąty pomiędzy promieniami padającymi i odbitymi a normalną w punktach A i B; $\delta = 90° - \beta$, $\gamma = 90° - \alpha$ (przyp. red.)

Z rys. 1 odczytujemy, że różnicą jest wielkość BC–AD, przy czym

$$BC - AD = a\cos(90° - \alpha) - a\cos(90° - \beta) = a(\sin\alpha - \sin\beta).$$

Warunek interferencji możemy więc zapisać w postaci:

$$a(\sin\alpha - \sin\beta) = n\lambda,\ \text{gdzie } n = 0 \pm 1, \pm 2, \ldots \,. \tag{1}$$

Widzimy, że niezależnie od długości fali dla $n = 0$ w wyniku interferencji powstaje wzmocnienie, jeżeli $\alpha = \beta$.

Jeżeli $a < \lambda$, to warunek (1) może być spełniony jedynie dla $n = 0$, czyli $\alpha = \beta$. Jest to zwyczajne prawo odbicia, z którym mamy do czynienia nawet w przypadku ośrodka całkowicie jednorodnego, dla którego możemy przyjąć $a = 0$.

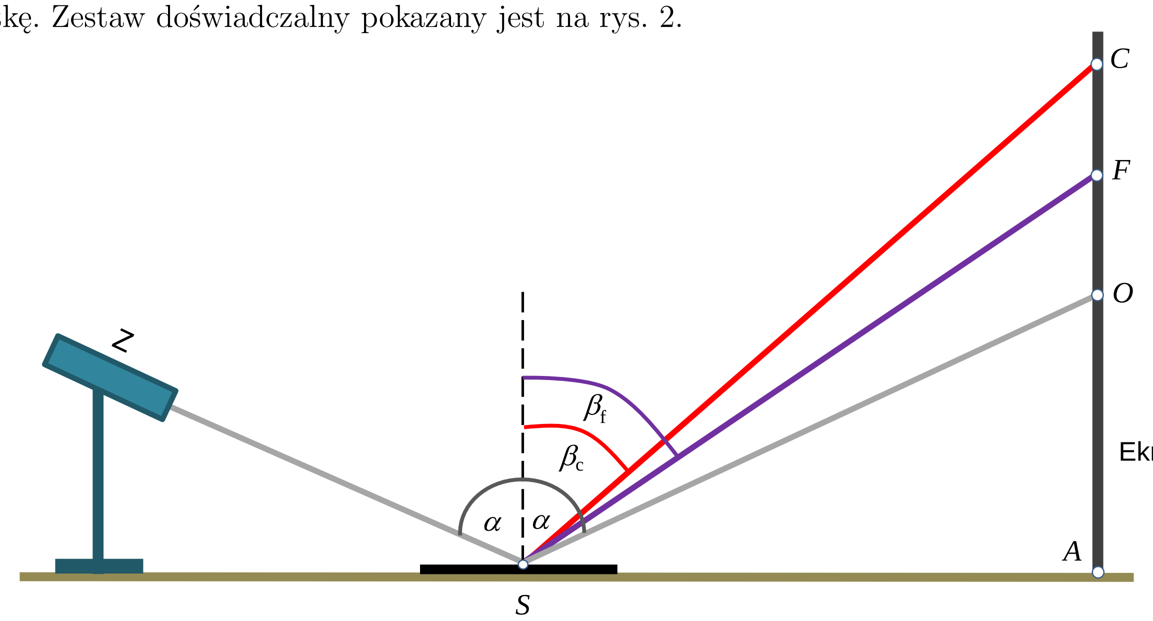
Jeżeli $a > \lambda$, to pojawią się promienie odbite również dla kątów $\alpha \neq \beta$, ale kąty te zależeć będą już od długości fali. Umożliwia to wyznaczenia długości fali, gdy znamy stałą siatki (czyli w naszym przypadku odległość między rowkami w płycie gramofonowej) i zmierzymy kąty α i β.

Dysponując lupą możemy ilość rowków na wybranym odcinku wzdłuż promienia płyty zwyczajnie policzyć. Oczywiście możemy też założyć płytę na gramofon i policzyć ilość obrotów, w czasie których igła adaptera przesunie się wzdłuż promienia o ustaloną odległość.

Sposób pomiaru kątów zależy od przyrządów, którymi dysponujemy.[1] We własnym zakresie możemy zbudować takie źródło światła – lampę, za pomocą żaróweczki, soczewki i przesłony

[1] Istotnym jest uzyskanie stosunkowo wąskiej, silnej i nierozbieżnej wiązki światła (ściślej – aby promienie światła w wiązce były równoległe). (przyp. red.)

ze szczeliną umieszczonych w tubie papierowej.[2] Korzystając z takiej lampy możemy uzyskać wiązkę światła dającą na ekranie ostry obraz szczeliny. Zamiast soczewki możemy zastosować lunetkę. Zestaw doświadczalny pokazany jest na rys. 2.



Rys. 2. Wiązka światła białego ze źródła Z pada na płytę gramofonową w punkcie S, skrajne promienie z widma zaznaczono odpowiadającym kolorem, ich umiejscowienie na ekranie, jako punkty, opisano dużymi literami, punkt O oznacza położenie prążka zerowego rzędu (przyp. red.)

Punkt O oznacza położenie prążka zerowego rzędu (a więc odbitego pod kątem równym kątowi padania), punkty C i F oznaczają prążki pierwszego rzędu dla promieni czerwonych i fioletowych. Ograniczmy się do prążków pierwszego rzędu, gdyż prążki wyższych rzędów dla różnych barw nakładają się na ogół na siebie, uniemożliwiając ich rozdzielenie. Spróbujmy ustalić, przy jakich kątach padania mamy szansę na uzyskanie największej dokładności. Obserwacja płyty gramofonowej wskazuje, że barwne prążki najlepiej widać przy prawie stycznym padaniu promieni. Wykażemy teraz, że dokładność pomiarów w zakresie dużych wartości kątach α wzrasta przy $\alpha \to 90°$. Przede wszystkim zauważmy, że wielkościami bezpośrednio mierzonymi będą odległości: AS, AO, AC i OC dla światła czerwonego oraz AF i OF dla światła fioletowego. Skoncentrujmy się na jednym przypadku – np. światła czerwonego – i wyraźmy długości fali przez te odległości i stałą siatki

$$\lambda = a\left(\frac{SA}{\sqrt{(SA)^2+(OA)^2}} - \frac{SA}{\sqrt{(SA)^2+(AC)^2}}\right). \tag{2}$$

Przekształcamy wzór (2) do postaci

[2]Można było też skorzystać z wyposażenia pracowni szkolnej – lampy w osłonie z regulowanym położeniem żarówki, która w przedniej części nasadki ma szczelinę do nakładania przesłon i jest zaopatrzona w soczewkę. Lampa taka jest osadzona przegubowo na pręcie, co umożliwia zmianę jej kąta nachylenia. Przesłony z różną wielkością szczelin można samemu łatwo wykonać lub też wypożyczyć z pracowni szkolnej.

Zamiast soczewki można użyć obiektyw aparatu fotograficznego. Na ogół w obiektywie znajduje się przesłona kołowa z regulowaną wielkością otworu, którą można wykorzystać zamiast przesłony szczelinowej.

Korzystając z przesłon należy mieć na uwadze, że małe znacznie ograniaczają jasność obrazu, natomiast zbyt małe dają efekty dyfrakcyjne. (przyp. red.)

$$\lambda = \frac{a}{(SA)^2} \frac{(AC-OA)(AC+OA)}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{OA}{SA}\right)^2\right]\left[1+\left(\frac{AC}{SA}\right)^2\right]}\left[\sqrt{1+\left(\frac{OA}{SA}\right)^2}+\sqrt{1+\left(\frac{AC}{SA}\right)^2}\right]}. \tag{3}$$

Ponieważ posługujemy się siatką o stałej a zbliżonej do 0,1 mm, a długości fali światła są rzędu 1/2000 mm, więc $\lambda/a \approx 1/200$. Oznacza to, że wielkość $(AC/SA)^2 - (OA/SA)^2$, a także same wielkości $(AC/SA)^2$ i $(OA/SA)^2$ będą liczbami dużo mniejszymi od jedności. Dlatego dla oszacowania niepewności pomiaru możemy przyjąć w przybliżeniu, że

$$\lambda = \frac{a}{(SA)^2}(AC-OA)(AC+OA), \tag{4}$$

czyli

$$OC = AC - OA = \frac{a}{\lambda}\frac{(SA)^2}{AC+OA}. \tag{5}$$

Ponieważ λ/a jest liczbą bardzo małą, więc grozi nam, że odcinek AC–OA okaże się bardzo mały, a wtedy dokładność względna, z jaką będziemy mogli go wyznaczyć i wraz z nią dokładność względna długości fali będzie bardzo zła. Zbadajmy, w jakich warunkach (przy ustalonej odległości SA) różnica AC – OA osiągnie maksymalnie dużą wartość.

W tym celu z równania (4) obliczamy AC

$$AC = \sqrt{\frac{\lambda(SA)^2}{a} + (OA)^2}. \tag{6}$$

Po podstawiamy do wzoru (5), dostajemy

$$OC = \frac{\lambda}{a}\frac{(SA)^2}{\sqrt{\frac{\lambda(SA)^2}{a} + (OA)^2}}. \tag{7}$$

Widzimy, że mianownik we wzorze (7) jest rosnącą funkcją OA. Odcinek OC osiągnie wartość maksymalną wtedy, gdy mianownik będzie minimalny, a więc dla $OA = 0$. Wartość ta wyniesie

$$(OC)_{\max} = SA\sqrt{\frac{\lambda}{a}}. \tag{8}$$

Optymalne warunki dokładności pomiaru osiągniemy (teoretycznie) wtedy gdy kąt padania będzie możliwie bliski 90° (promienie będą się niemal ślizgały po płycie). Nie możemy oczywiście tak ustawić naszej lampy, by kąt α wiązki światła był ściśle równy 90°, gdyż wtedy energia padająca na płytę równałaby się zeru i natężenie prążków na ekranie spadłoby do zera. Należy stopniowo zmniejszać kąt α do 90° do momentu, kiedy osiągniemy wystarczające natężenie widma na ekranie. Dalsze zmniejszanie kąta α jest już niekorzystne ze względów geometrycznych, gdyż wtedy różnica $AC - OA$ zaczyna maleć i trudno ją dokładnie zmierzyć.

Po przeprowadzeniu pomiarów odcinków SA, AC, OA i OC obliczamy λ, korzystając ze wzoru (3). Niepewność pomiaru [3] możemy oszacować stosując prawo przenoszenia niepewności[4].

[3]Stosowane wówczas określenie „błąd pomiaru” zamieniono na „niepewność pomiaru”. (przyp. red.)

[4]Można skorzystać z: *Dodatek II – Pomiar i ocena jego dokładności*; Tadeusz Pniewski: Olimpiady Fizyczne XV i XVI. PZWS, Warszawa 1969 (przyp. red.)

W naszym przypadku możemy skorzystać z prostej reguły mówiącej, że dla wyrażenia typu *(ab... d)/(ef... h)* niepewność względna jest równa pierwiastkowi z sumy kwadratów niepewności względnych wielkości *a, b, d, e, f, ..., h.* Ponieważ człony typu $1 + (OA/SA)^2$ występujące w (3) są bardzo bliskie jedności i mają charakter małych poprawek, więc ich niepewności są całkowicie do pominięcia (porównaj analizę niepewności wielkości $h/(1–l/h)$ z zadania doświadczalnego stopnia wstępnego tej olimpiady). Ostatecznie, korzystając ze wzoru (4), jednak zastępując $AC–OA$ przez OC, otrzymujemy[5]:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta(OC)}{OC} + \frac{\Delta(AC) + \Delta(OA)}{AC + AO} + 2\frac{\Delta(SA)}{SA}. \tag{9}$$

Z wyjątkiem niepewności względnej $\Delta a/a$ wszystkie pozostałe zależą od jakości źródła światła, a więc do tego, jak wąska jest wiązka światła i jak dokładnie można ustalić na ekranie położenie początku i końca widma.

[5]Przy redakcji zadania, za książką W. Gorzkowski, A. Kotlicki – *Olimpiada fizyczna...*, przytoczyliśmy: „niepewność względna jest równa pierwiastkowi z sumy kwadratów niepewności względnych...” jednak w obu książkowych źródłach jest to wzór (9), czyli suma algebraiczna niepewności względnych. Ponadto niezbyt ściśle zastosowano się do przytoczonej reguły gdyż o ile możemy przyjąć, że *OC* jest pomiarem bezpośrednim to *AC+OA* nim nie jest i nie jest samodzielną pojedynczą wielkością. Jednak takie podejście upraszcza obliczenia i można prościej oszacować niepewność wyznaczenia długości fali, zwłaszcza, że na ogół niepewność względna samej wartości oszacowania nie jest taka mała (przyp. red.)