XXIV OLIMPIADA FIZYCZNA
(1974/1975)
ZAWODY III STOPNIA
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

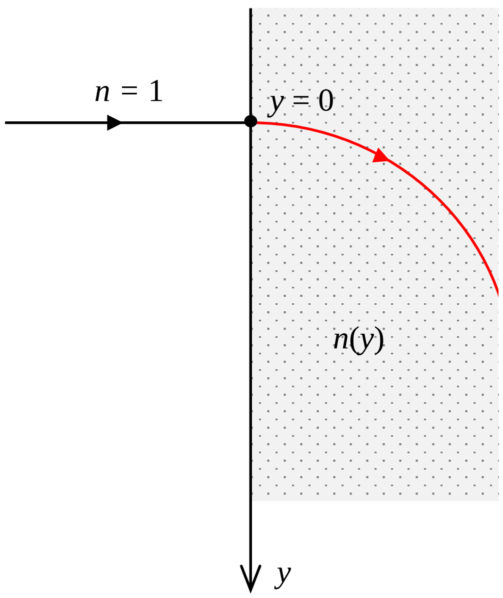
Zadanie teoretyczne – T2

Nazwa – Bieg promienia świetlnego po paraboli.[1]

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Waldemar Gorzkowski[2], *Olimpiada fizyczna XXIII i XXIV*, WSiP, Warszawa 1977, s. 132–133
– Waldemar Gorzkowski, *Zbiór zadań z olimpiad fizycznych. Zadania rachunkowe wraz z rozwiązaniami*, wyd. 2 zm., WSiP, Warszawa 1987, zad. 5.8, s. 42–43, 147–148
– Włodzimierz Ungier[3], Mirosław Hamera[4], *Wybrane zadania z 43 Olimpiad Fizycznych*, MAGIPPA, Warszawa 1994, zad. 140, s. 41, 138−139
– T.M. Molenda, www.OF.szc.pl.

Na ośrodek przezroczysty o współczynniku załamania zależnym od zmiennej y, w punkcie $y = 0$, pod kątem prostym pada promień światła (rys. 1).

Jaka powinna być postać funkcji $n(y)$, aby wewnątrz rozpatrywanego ośrodka promień biegł po paraboli? Wartość $n(0)$ jest równa n_0.



Rys. 1

---

[1] Zadanie to nawiązuje do zadania o płytce z VII Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej, która odbyła się w Warszawie w 1974 r. Zadanie o płytce jest omówione w książce: W. Gorzkowski, *Zadania z fizyki z całego świata z rozwiązaniami – 20 lat Międzynarodowych Olimpiad Fizycznych*, WNT, Warszawa 1994, s. 125–129 i warto się z nim zapoznać (wg słów W. Gorzkowskiego).

Porównaj też zad.: *Współczynnik załamania ośrodka dla biegu promienia świetlnego po sinusoidzie* – 27-2-T2, *Bieg promienia świetlnego w układzie płytek płasko równoległych* – 28-0-T2I (przyp. red.).

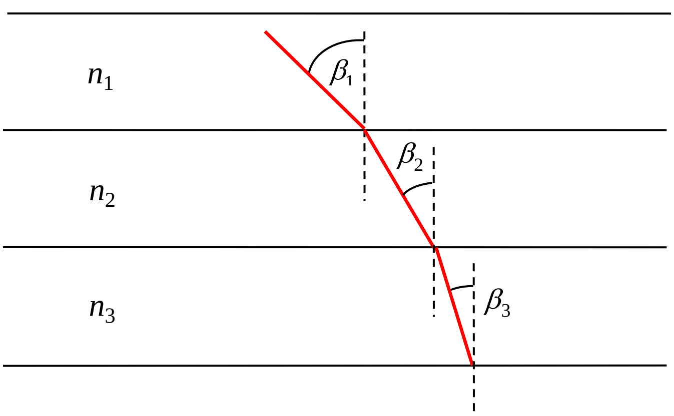
Rozwiązanie zadania T2 — XXIV OF, III stopień, część teoretyczna

Podzielmy ośrodek na szereg równoległościennych płytek prostopadłych do osi y (rys. 1), na tyle cienkich, aby w obrębie płytki można było traktować współczynnik załamania jako stały. Przy przejściu promienia z płytki i do płytki $i + 1$ mamy (prawo Sneliusa)

$$\frac{\sin\beta_{i-1}}{\sin\beta_i} = \frac{n_i}{n_{i-1}}, \tag{1}$$

gdzie $i = 1, 2,\ldots$, czyli

$$n_i \sin\beta_i = \text{const.} \tag{2}$$

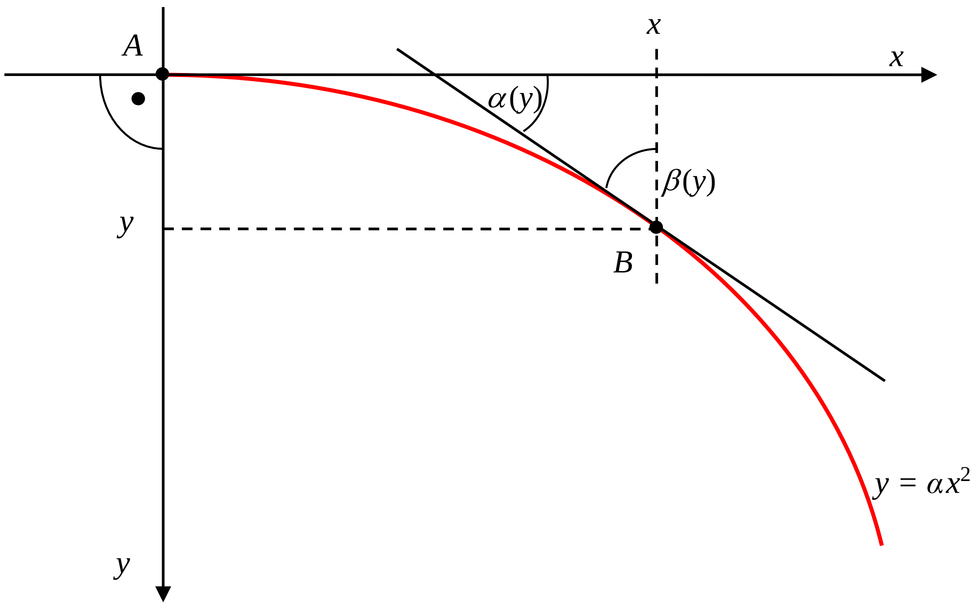


Rys. 2

Przechodząc z grubością płytek do zera, tj. do ciągłej zmienności współczynnika załamania, dostajemy

$$n(y)\sin\beta(y) = n(0)\sin\beta(0) = n_0. \tag{3}$$

$\beta(y)$ oznacza tu kąt, jaki tworzy promień z kierunkiem osi y zaznaczonym na rys. 3. Wprowadziliśmy układ współrzędnych ze skierowaną osią y w dół. Przyjęliśmy tu, że zmienną od której zależy n jest y. Poszukujemy takiej zależności $n = n(y)$, dla której przebieg promienia w ośrodku opisuje parabola.



Rys. 3

Zauważmy, że parabola w punkcie $x = 0$ musi być styczna do osi x. Jej równanie w przyjętym układzie współrzędnych możemy napisać w postaci

$$y = ax^2, \tag{4}$$

gdzie a jest stałą charakteryzującą „rozwartość” paraboli.

Korzystając z zależności (3), dla punktów A i B – rys. 3, mamy:

$$\sin\beta(0) = \sin 90° = 1, \text{ a } n(0) = n_0,$$

a więc

$$\sin\beta(y) = \frac{n_0}{n(y)}. \tag{5}$$

Tangens kąta nachylenia stycznej w punkcie B jest równy pochodnej funkcji (4). Zatem:

$$\operatorname{tg}\alpha(y) = 2ax = 2a\sqrt{y/a} = 2\sqrt{ay}. \tag{6}$$

Mając $\operatorname{tg}\alpha(y)$, czyli $\operatorname{ctg}\beta(y)$ możemy wyznaczyć $\sin\beta(y)$ w sposób inny niż poprzednio:

$$\sin\beta(y) = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\beta(y)}} = \frac{1}{\sqrt{1+4ay}}. \tag{7}$$

Stąd i z (5) mamy

$$\frac{n_0}{n(y)} = \frac{1}{\sqrt{1+4ay}}.$$

Ostatecznie poszukiwana zależność ma postać

$$n(y) = n_0\sqrt{1+4ay}. \tag{8}$$

Zadanie powyższe może wydawać się nieco paradoksalne. Mogłoby się bowiem wydawać, że promień padający nie pobiegnie po torze zakrzywionym, lecz prosto wzdłuż osi x.

Otóż mówiąc o promieniach świetlnych z reguły mamy na myśli wąskie wiązki swiatła, które z niezłym przybliżeniem można traktować jako wycinki fali płaskiej. Niech fala taka pada prostopadle na ośrodek optycznie niejednorodny. Fale wtórne w różnych obszarach rozchodzą się z różnymi prędkościami. Tam gdzie n jest mniejsze, tam szybciej i odwrotnie. Czoło fali załamanej, bedące obwiednią czół fal wtórnych (zasada Huyghensa), musi ulec pochyleniu.

Promienie rozpatrywane w optyce geometrycznej stanowią pewną idealizację. Dlatego w razie jakichkolwiek wątpliwości trzeba wyobrazić sobie promień jako wycinek fali płaskiej o szerokości znacznie większej niż długość fali i zobaczyć, jak dane zjawisko przebiega zgodnie z optyką falową.

---

[2] Dr Waldemar Gorzkowski był wieloletnim sekretarzem naukowym ds. zadań w KGOF w XIX–XXXVII OF, z przerwą od II st. XXX OF do końca XXXI OF, autor i współautor bardzo wielu artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF i książek z zadaniami OF, w tym międzynarodowej OF. Bardzo zasłużony dla naszej olimpiady fizycznej jak i międzynarodowej gdzie, od 1983 r., pełnił funkcję Sekretarza Generalnego, później przemianowaną na funkcję prezesa, którą sprawował do śmierci w 2007 r. (www.kgof.edu.pl/50MOF/historia.php); prowadził również międzynarodowy konkurs prac uczniowskich *First Step to Nobel Prize in Physics*. Za osiągnięcia został uhonorowany *Nagrodą Polskiego Towarzystwa Fizycznego im. Krzysztofa Ernsta za Popularyzację Fizyki* (przyp. red.).

[3] Włodzimierz Ungier (wówczas dr) był sekretarzem naukowym ds. zadań teoretycznych w KGOF od XL OF do XLXIX OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF i ww. książki (przyp. red.).

[4] Dr Mirosław Hamera pełnił funkcję zastępcy Kierownika Organizacyjnego Olimpiady Fizycznej w XXXVIII i XXXIX OF a w XL OF był kierownikiem, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* o przebiegu i wynikach OF; współautor ww. książki z zadaniami (przyp. red.).