XXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA (1978/1979) . Stopień I, zadanie teoretyczne – T4.

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Olimpiada Fizyczna XXVII – XXVIII WSiP Warszawa 1983

Autor: Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki,

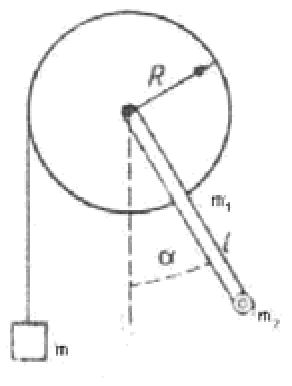
Nazwa zadania: Małe drgania kołowrotu

Działy: Mechanika

Słowa kluczowe: kołowrót, okres drgań, położenie równowagi, moment bezwładności

Zadanie teoretyczne – T4, zawody I stopnia, XLXVIII OF.

Kołowrót składa się z walca o promieniu R i momencie bezwładności I oraz korby, której część prostopadła do osi ma długość l oraz masę m_1, a cześć równoległa- masę m_2 . Na kołowrocie zawieszono obciążnik o masie m. Przyjmując, że nić na której wisi obciążnik jest nieważka znajdź położenie równowagi kołowrotu (kąt α- rys.1) oraz okres drgań układu po niewielkiej zmianie położenia korby. Opory ruchu pomijamy.



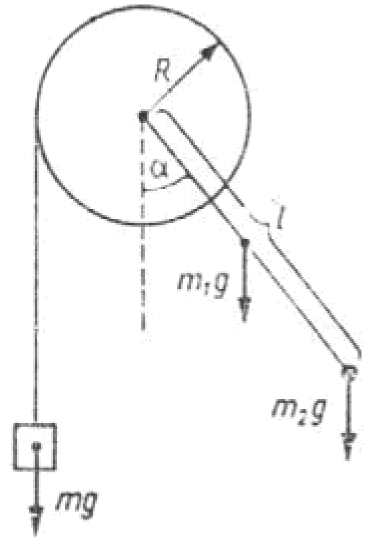
Rys. 1

Rozwiązanie

Aby zachodziła równowaga, suma momentów wszystkich ich sił względem osi kołowrotu musi równać się zeru. Mamy więc:

$$mgR = m_2 gl \sin\alpha_0 + \frac{1}{2} m_1 gl \sin\alpha_0 .$$

gdzie α_0- wartość α w położeniu równowagi (rys.2).



Rys. 2

Stąd wyznaczamy α_0:

$$\sin\alpha_0 = \frac{2m}{2m_2 + m_1}\frac{R}{l}.$$

niech x oznacza odchylenie obciążnika od położenia równowagi (w kierunku pionowym). N - napięcie nici, a - przyśpieszenie liniowe obciążnika, ε - przyśpieszenie kątowe kołowrotu. Mamy

$ma = mg - N$ (ruch obciążnika).

$a = \varepsilon R$ (brak poślizgu na kołowrocie).

$x = R(\alpha - \alpha_0)$ (więzy)

$$-NR + m_2 gl\sin\alpha + \frac{1}{2}m_1 gl\sin\alpha = -I'\varepsilon \qquad \text{(ruch obrotowy)}$$

$$I' = I + \frac{1}{3}m_1 l^2 + m_2 l^2.$$

Z otrzymanych równań wyznaczamy a:

$$a \approx \frac{gl(m_1 + 2m_2)}{2(mR^2 + I')}\cos\alpha_0 x \quad \text{(dla niektórych } x\text{)}$$

ale $a = -\omega^2 x$, gdzie $\omega = 2\pi / T$,

zatem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2(mR^2 + I + \frac{1}{3}m_1 l^2 + m_2 l^2)}{gl(m_1 + 2m_2)\cos\alpha_0}}.$$