XXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA
(1978/1979)
ZAWODY II STOPNIA
CZĘŚĆ DOŚWIADCZALNA

Zadanie doświadczalne – D

Nazwa – Wyznaczanie współczynnika załamania światła w szklanym pręciku.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Andrzej Wysmołek, sekretarz naukowy ds. zad. dośw. KGOF, IFD UW
– Waldemar Gorzkowski, *Fizyka w Szkole* nr 3, 1980
– W. Gorzkowski, A. Kotlicki, *Olimpiady Fizyczne XXVII–XXVIII* WSiP, Warszawa 1983
– W. Gorzkowski, A. Kotlicki: *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami.* Stowarzyszenie *Symetria i Własności Strukturalne,* Poznań 1994 (zad. 47)
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

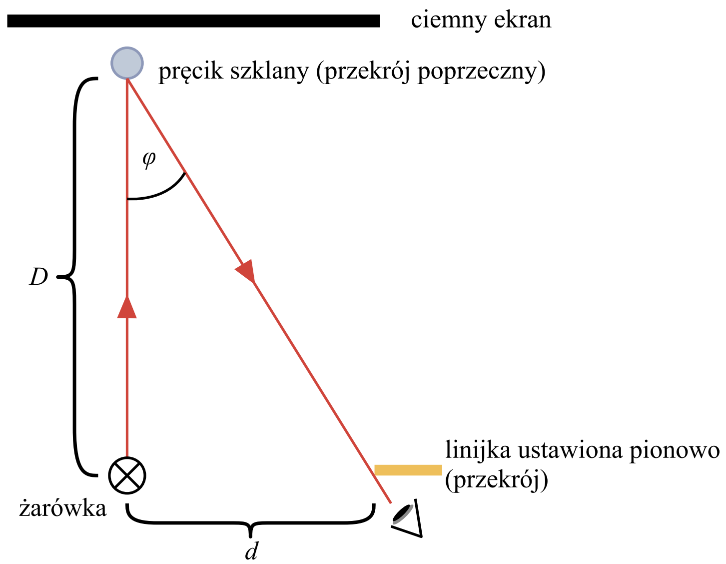
Mając do dyspozycji: przezroczysty, okrągły pręcik szklany (bagietkę), żarówkę, baterię, kawałek plasteliny, linijkę i papier milimetrowy, wyznacz współczynnik załamania światła czerwonego dla materiału, z którego wykonano pręt[1].

---

[1]W opracowaniu zad. do bazy zadań KGOF przytoczono treść zad. w postaci z druczka KGOF rozsyłanego do szkół (przyp. red.).

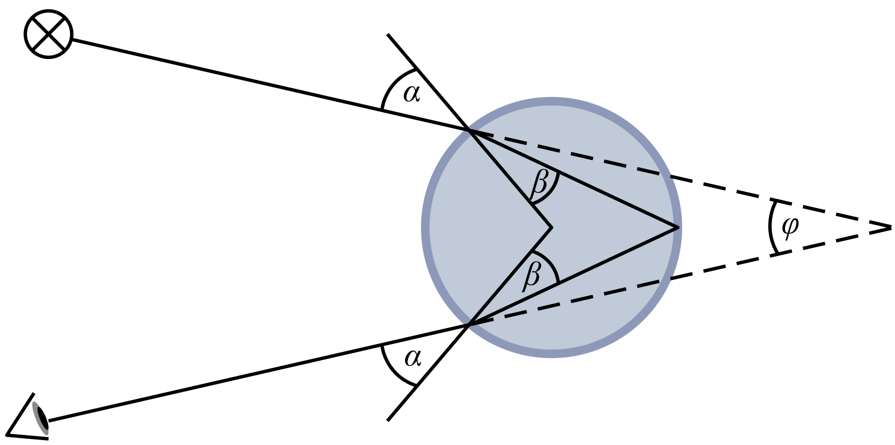
Rozwiązanie zadania D – XXVIII OF, II stopień, część doświadczalna

Zadanie to rozwiązuje się w układzie przedstawionym na rysunku 1. Należy znaleźć takie położenie krawędzi linijki, żeby widać było obok niej czerwony refleks.



Rys. 1. [2]

Światło padające na pręcik pod kątem α, załamuje się pod kątem β i po jednokrotnym wewnętrznym odbiciu (niecałkowitym) opuszcza pręcik załamując się jeszcze raz na jego powierzchni. Kąt pomiędzy promieniem padającym, a promieniem wychodzącym z pręcika wynosi φ (rysunek 2).



Rys. 2. [3]

[2] W źródłach rys. były czarno-białe. Opracowując zad. do bazy zadań KGOF wykonany rys. został pokolorowany (przyp. red.).

[3] Zob. przyp. 2.

Ilość światła padającego na jednostkę kąta α w przedziale katów $(\alpha, \alpha+\mathrm{d}\alpha)$ oznaczamy przez $P(\alpha)$. Podobnie, ilość światła wychodzącego z kuli, przypadającą na jednostkę kąta φ w przedziale katów $(\varphi, \varphi+\mathrm{d}\varphi)$ oznaczamy przez $R(\varphi)$. Mamy oczywiście:

$$R(\varphi)\mathrm{d}(\varphi) = P(\alpha)A(\alpha)\mathrm{d}\alpha \tag{1}$$

$A(\alpha)$ oznacza tu ilość światła z przedziału kątów $(\alpha, \alpha+\mathrm{d}\alpha)$, która trafia do przedziału kątów $(\varphi, \varphi+\mathrm{d}\varphi)$. Wielkość ta jest różna od zera (i jedności), gdyż na powierzchni kuleczki światło jest częściowo odbijane, a częściowo przepuszczane.

Z (1) mamy

$$R(\varphi) = \frac{P(\alpha)A(\alpha)}{\dfrac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\alpha}}. \tag{2}$$

Widać stąd, że $R(\varphi)$ przy $\dfrac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ ma osobliwość. W praktyce osobliwość ta jest rozmywana przez efekty dyfrakcyjne i inne, ale dla uproszczenia możemy je zaniedbać.

Zjawisko silnego wzmocnienia promienia światła o określonej barwie nie zajdzie, jak można się łatwo przekonać, dla promieni przechodzących przez pręcik bez wewnętrznego odbicia.

Z prostych rozważań geometrycznych (patrz rysunek 2) można znaleźć, że

$$\varphi = 4\beta - 2\alpha. \tag{3}$$

Jednocześnie z prawa Snelliusa mamy

$$\sin\alpha = n\sin\beta. \tag{4}$$

Skąd po zróżniczkowaniu względem α

$$\cos\alpha = n\cos\beta\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\alpha}, \tag{5}$$

czyli

$$\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\alpha} = \frac{\cos\alpha}{n\cos\beta}. \tag{6}$$

Obliczamy pochodną

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\alpha} = \frac{4\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\alpha} - 2 = \frac{4\cos\alpha}{n\cos\beta} - 2. \tag{7}$$

Z warunku $\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}\alpha = 0$ po prostych przekształceniach z wykorzystaniem prawa Snelliusa otrzymujemy:

$$\frac{2\cos\alpha}{n\cos\beta} = 1, \quad \sin^2\alpha = \frac{4-n^2}{3} \tag{8}$$

oraz

$$\sin^2\beta = \frac{4-n^2}{3n^2}, \tag{9}$$

skąd

$$\varphi = 4\arcsin\sqrt{\frac{4-n^2}{3n^2}} - 2\arcsin\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}. \tag{10}$$

Wyrażenie to można przekształcić korzystając z zależności trygonometrycznych do postaci

$$\cos\varphi = \frac{2n^6 + 3n^4 + 96n^2 - 128}{27n^4}, \tag{11}$$

ale do wykonania zadania nie jest to potrzebne. Widać, że w układzie pokazanym na rysunku 1 możemy zmierzyć kąt φ lub jakąś funkcję trygonometryczną. Korzystając z wyprowadzonej zależności φ od n należy sporządzić wykres φ od n lub $\cos\varphi$ od n w spodziewanym dla szkła przedziale wartości i szukaną wartość odczytać z wykresu.

A oto przebieg czynności. Na stole pokrytym arkuszem papieru milimetrowego za pomocą plasteliny umocowujemy pionowo pręcik szklany. W odległości około 1 m umieszczamy baterię z przymocowaną żarówką. Patrzymy na pręcik szklany z kierunku zaznaczonego na rys. 1. Do ustalenia kąta odpowiadającego refleksowi wykorzystujemy pionowo ustawioną linijkę i zaznaczamy jej położenie na papierze milimetrowym. Znając d i D wyznaczamy $\cos\varphi$.

Pomiaru należy dokonać dla refleksów występujących po obu stronach pręcika – wzięcie średniej wartości kąta z takich pomiarów poprawia dokładność.

A oto przykładowe wyniki pomiarów

$$\cos\varphi = 0,9357. \tag{12}$$

Na podstawie tabeli

n	$\cos\phi$
$1,51$	$0,9275$
$1,52$	$0,9330$
$1,53$	$0,9382$
$1,54$	$0,9431$
$1,55$	$0,9477$
$1,56$	$0,9519$

przez interpolację otrzymujemy $n = 1,1525$.

Wyniki uzyskiwane przez uczniów mogły być nieco inne, gdyż nie wszystkie rodzaje szkła używanego na bagietki mają takie same właściwości optyczne.

Punktacja

1. Koncepcja pomiaru .... 3 pkt.
2. Wyznaczenie wzoru na $\cos\varphi$ lub na φ .... 3 pkt.
3. Wykazanie, że dla ekstremalnego φ natężenie jest największe .... 3 pkt.
4. Pomiar (właściwy układ, odpowiednia liczba pomiarów) .... 4 pkt.
5. Wykonanie pomiaru $\cos\varphi$ po obu stronach osi żarówka – pręcik i wzięcie wartości średniej .... 2 pkt.
6. Wyznaczenie n (graficznie lub interpolacyjnie) .... 3 pkt.
7. Dyskusja błędów[4] .... 2 pkt.

Komentarz do rozwiązań uczniowskich

Zadanie to sprawiło uczniom bardzo dużo trudności mimo wystąpienia niektórych jego elementów w zadaniach stopnia wstępnego i pierwszego.

Bardzo wielu próbowało wykorzystać pręciki jako soczewkę grubą i mierzyć jego ogniskową. Ponieważ pręciki były cienkie (3–4 mm) metoda ta nie dawała poprawnych wyników.

Część uczniów nie umiała wyeliminować kąta α z zależności φ od n i próbowała mierzyć lub ustalać ten kąt oklejając pręcik plasteliną i pozostawiając wąską szczelinę dla promieni padających. Podobną metodą usiłowano mierzyć kąt odchylenia promieni przechodzących bez wewnętrznego odbicia w pręciku. Obie metody były bardzo niedokładne ze względu na mały promień pręcików i były oceniane zależnie od uzyskanych wyników, ale oczywiście nie były dyskwalifikowane.

[4]Słowo „błąd" było używane w znaczeniu obecnej niepewności a „błąd maksymalny" – niepewności granicznej. Problematykę tą od 1993 r. reguluje *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, u nas w nauczaniu od 2018 r. *Rekomendacja Polskiego Towarzystwa Fizycznego dotycząca nauczania o opracowywaniu wyników pomiarów w szkołach*
— www2022.ptf.net.pl/programy/edukacja/rekomendacja (przyp. red.).