XXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA (1978/1979). Stopień W, zadanie teoretyczne – T1-B.

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej,
Olimpiada Fizyczna XXVII i XXVIII, WSiP Warszawa 1983

Autor: Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki

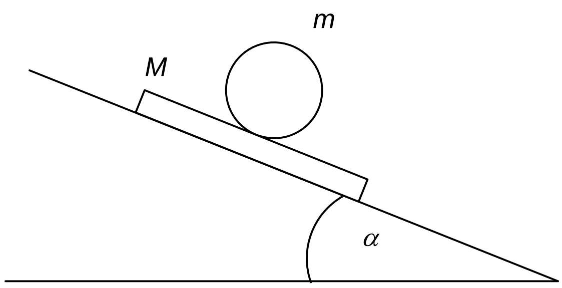
Nazwa zadania: Deska i kulka na równi

Działy: Dynamika

Słowa kluczowe: Współczynnik tarcia, tarcie, równia pochyła, ruch bez poślizgu

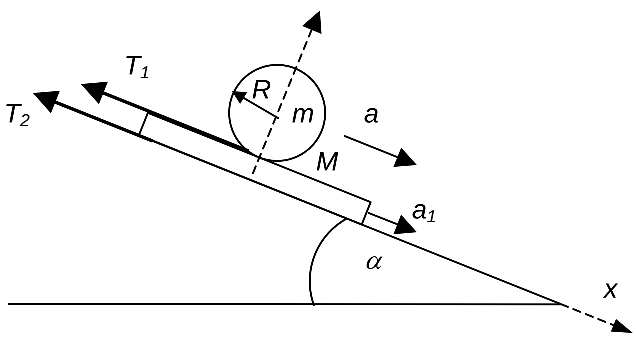
Zadanie teoretyczne – T1-B, zawody stopnia wstępnego, XXVIII OF.

Na równi o kącie nachylenia α znajduje się deska o masie M, a na niej kula o masie m (Rys. 1). Współczynnik tarcia pomiędzy deską a równią wynosi f. Tarcie potoczyste kuli zaniedbujemy. Zakładając, że kula toczy się bez poślizgu, oblicz maksymalny kąt α przy którym deska nie będzie się ześlizgiwać z równi.



Rys. 1.

Rozwiązanie



Rys. 2.

Oznaczenia podano na rysunku 2.

Mamy:

$$mg\sin\alpha - T_1 = ma,$$

$$Mg\sin\alpha + T_1 - T_2 = Ma_1, \qquad (=0)$$

$$RT_1 = I\varepsilon,$$

$$I = \frac{2}{5}mR^2,$$

$$T_2 \le f(M+m)g\cos\alpha.$$

Jeżeli deska ma spoczywać to a_1 musi być równe zeru. Dla ruchu bez poślizgu $R\varepsilon = a$, a zatem

$$T_1 = Ia/R^2,$$

$$ma = \frac{mg\sin\alpha}{1 + I/mR^2},$$

stąd:

$$T_2 = (\frac{2}{7}m + M)g\sin\alpha.$$

Wstawiając to do nierówności wypisanej na początku dostajemy:

$$\mathrm{tg}\alpha \le \frac{7f(m+M)}{2m+7M}.$$