

XXX OLIMPIADA FIZYCZNA

(1980/1981)

ZAWODY I STOPNIA

Zadanie teoretyczne – T2

Nazwa – Oddziaływanie dwóch równoległych przewodów z prądem.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

– Waldemar Gorzkowski¹, Andrzej Kotlicki², *Fizyka w Szkole* nr 3, 1981, s. 155–161

– Andrzej Nadolny³, Krystyna Pniewska⁴, *Olimpiada Fizyczna XXIX–XXXI*, WSiP, Warszawa 1986, s. 97–100

– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Dwa równoległe przewody o długości l , znajdujące się w odległości $d \ll l$, włączono do źródła o stałym napięciu U i zwarto oporem R (rys. 1). Promienie przewodów są równe i wynoszą $r \ll d$. Oblicz siłę (wartość i kierunek), jaką te przewody oddziałują na siebie, gdy $d = 1$ mm, $U = 5$ kV, $r = 0,01$ mm, $R = 5$ M Ω , $l = 1$ m.

Uwaga:

1. Pojemność wzajemna dwóch bardzo długich przewodów umieszczonych równoległe względem siebie wynosi

$$C = \frac{\pi \epsilon \epsilon_0 l}{\ln \frac{d-r}{r}} \quad (\epsilon - \text{stała dielektryczna ośrodka})$$

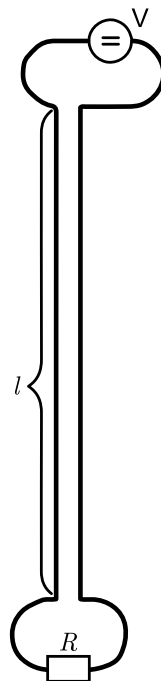
¹Dr Waldemar Gorzkowski był wieloletnim sekretarzem naukowym ds. zadań w KGOF w XIX–XXXVII OF, z przerwą od połowy XXX OF końca XXXI OF, autor i współautor bardzo wielu artykułów w *Fizyce w Szkole z OF* i książek z zadaniami OF, w tym międzynarodowej OF. Był bardzo zasłużony dla naszej olimpiady fizycznej jak i międzynarodowej gdzie, od 1983 r., pełnił funkcję Sekretarza Generalnego, później przemianowaną na funkcję prezesa, którą sprawował do śmierci w 2007 r. (www.kgof.edu.pl/50MOF/historia.php); prowadził również międzynarodowy konkurs prac uczniowskich *First Step to Nobel Prize in Physics*. Za osiągnięcia został uhonorowany *Nagrodą Polskiego Towarzystwa Fizycznego im. Krzysztofa Ernsta za Popularyzację Fizyki* (przyp. red.).

²Andrzej Kotlicki (wówczas dr) był kierownikiem organizacyjnym w KGOF, od XXV OF do XXXVII OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole z OF* i ww. książki, wspólnie z W. Gorzkowski, *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami*. W latach 1984–1999 był sekretarzem Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej. (Od 1991 r. – prof. University of British Columbia.) (przyp. red.).

³Dr Andrzej Nadolny był sekretarzem naukowym ds. zadań w KGOF od II st. XXX OF do XXXI OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole z OF* i ww. książki z zadaniami (przyp. red.).

⁴Krystyna Pniewska (Garbowska-Pniewska) pełniła funkcję Kierownika Organizacyjnego Olimpiady Fizycznej w XXX OF w 1981 r, w XXXIV OF i następnie, wspólnie z dr A. Kotlickim, do XXXVII OF; w tym okresie była autorką lub współautorką artykułów w *Fizyce w Szkole z OF* i ww. książki z zadaniami (przyp. red.).

2. $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$ $(x > 0)$



Rys. 1

Rozwiązanie zadania T2 – XXX OF, I stopień

Natężenie prądu I płynącego w obwodzie, a zatem i w każdym z oddziałujących przewodów, wynosi:

$$I = \frac{U}{R + R'}, \quad (1)$$

gdzie R' jest oporem przewodów, który można obliczyć na podstawie znajomości oporu właściwego ρ :

$$R' = \frac{2\rho l}{\pi r^2}. \quad (2)$$

Podstawiając wartość oporu właściwego miedzi $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ oraz wymiary przewodów z treści zadania otrzymujemy $R' \approx 100 \Omega$. Ponieważ wartość $R = 5 \text{ k}\Omega$ jest duża, możemy w dalszych rozważaniach śmiało przyjąć $R \gg R'$ i zaniedbać opór przewodów. W takiej sytuacji napięcie panujące między przewodami jest równe napięciu U źródła, a przewody można traktować jako okładki naładowanego kondensatora.

Oddziaływanie między przewodami będzie więc zarówno natury magnetycznej (oddziaływanie dwóch przewodów z prądem), jak i natury elektrostatycznej (oddziaływanie między okładkami naładowanego kondensatora).

Obliczmy najpierw siłę oddziaływania magnetycznego F_m . W przypadku dwóch długich (w stosunku do odległości) przewodów równoległych, siła ta jest określona znanym wzorem:

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2 l}{d}, \quad (3)$$

gdzie μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni. Po podstawieniu wyrażenia na natężenie prądu $I = \frac{U}{R}$ otrzymujemy:

$$F_m = \frac{\mu_0 l U^2}{2\pi d R^2}. \quad (4)$$

Ponieważ w obu przewodach prąd płynie w przeciwnych kierunkach, pod wpływem siły F_m będą się one odpychać.

Do obliczenia siły F_e przyciągania elektrostatycznego przewodów wykorzystujemy wzór na natężenie pola elektrycznego E prostoliniowej i długiej, jednorodnie naładowanej nici w odległości d od niej:

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 d}. \quad (5)$$

Jeżeli w odległości d od naładowanej nici znajduje się równoległa do niej nić długości l , naładowana ładunkiem $-Q$, to przewody te przyciągają się siłą:

$$F_e = QE = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l d} = \frac{U^2 C^2}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l d}. \quad (6)$$

Po podstawieniu podanego w treści zadania wyrażenia na C i skorzystaniu z warunku $d \ll r$, otrzymujemy wzór przybliżony:

$$F_e = \frac{\pi\epsilon\epsilon_0 l U^2}{2d \ln^2\left(\frac{d}{r}\right)}. \quad (7)$$

Alternatywnie możemy skorzystać z zależności

$$F_e = -\frac{dE}{dd} = -\frac{\pi\epsilon\epsilon_0 l U^2}{2} \cdot \frac{1}{(d-r)\ln^2\left(\frac{d-r}{r}\right)} \approx -\frac{\pi\epsilon\epsilon_0 l U^2}{2d\ln^2\left(\frac{d}{r}\right)}. \quad (8)$$

Podstawiając do wzorów (4) i (7) wartości podane w treści zadania oraz:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}, \quad \epsilon = 1 \text{ (próżnia, powietrze)}, \quad (9)$$

otrzymujemy:

$$F_m \approx 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ N}, \quad F_e \approx 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ N}. \quad (10)$$

Siły F_m i F_e mają – jak to wynika z przeprowadzonej powyżej dyskusji – przeciwne zwroty. Ponieważ $F_e \gg F_m$, wypadkowa siła F jest praktycznie równa F_e . Siła ta działa na każdy przewód w stronę drugiego przewodu: przewodniki przyciągają się. Ta pozorna sprzeczność w stosunku do tego, czego uczą podręczniki na temat oddziaływania dwóch przewodników z prądem, wynika stąd, że w omawianym przypadku siła oddziaływania (magnetycznego) płynących w przewodach prądów jest akurat zaniedbywalna w porównaniu z siłą oddziaływania elektrostatycznego ładunków zgromadzonych na tych przewodach.

Spróbujmy teraz poszukać takich wartości napięcia oraz natężenia prądu, przy których siły F_e i F_m działające na przewody są równe. Przede wszystkim nasuwa się propozycja zwiększenia natężenia prądu. Trzeba jednak uważać, aby nie doszło do stopienia cieniutkich przewodów. Jeśli przyjmiemy jeszcze bezpieczną wartość

$$I = 50 \text{ mA}, \quad (11)$$

to odpowiadająca jej wartość napięcia wyniesie około

$$U \approx 25 \text{ V}. \quad (12)$$

Obie jednak siły F_e i F_m są w tym przypadku na tyle małe:

$$F \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ N}, \quad (13)$$

że prawdopodobnie ginęłyby one „w tle” oddziaływań zewnętrznych, związanych z konwekcją powietrza wywołaną nagrzewaniem się drutów. Dlatego też do obserwacji siły magnetycznego oddziaływania przewodów z prądem należy stosować grubsze przewody i znacznie silniejsze prądy.

Skoro mowa o wpływie powietrza, należy jeszcze wspomnieć o niebezpieczeństwie wyładowania elektrycznego między przewodami: aby uniknąć wyładowań przy napięciu

$$U = 5 \text{ kV} \quad (14)$$

konieczne byłoby umieszczenie przewodów w próżni lub na przykład w powietrzu pod zwiększonym ciśnieniem (wyższe napięcie przebicia).

Punktacja

1. Wyprowadzenie wzoru na F_m (wzór (4)) 2 pkt.
2. Wyprowadzenie wzoru na F_e (wzór (7) lub (8)) 5 pkt.
3. Obliczenie poprawnych wartości F_m i F_e (podobnie jak w (10)) 2 pkt.
4. Analiza działających sił (ich porównanie – kierunek, wartości) 1 pkt.