XXX OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
Zadanie teoretyczne

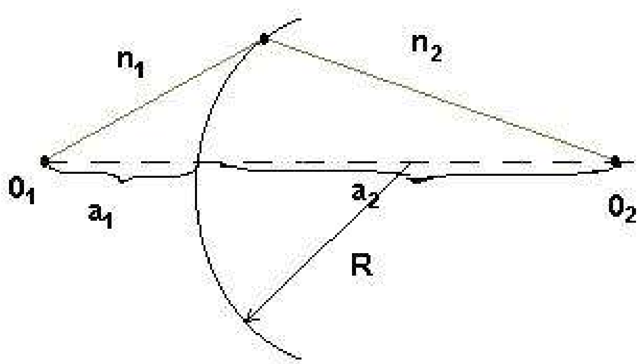
Rozwiąż dowolne dwa wybrane przez siebie zadania spośród poniższych trzech:

ZADANIE T1

Nazwa zadania: „Związki przyosiowe”

A. Niech powierzchnia rozgraniczająca dwa ośrodki przezroczyste o współczynnikach załamania n_1 i n_2 ma kształt kulisty –rys.1. Udowodnij, że dla wiązek przyosiowych zachodzi związek

$$n_1\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{R}\right)=n_2\left(\frac{1}{a_2}-\frac{1}{R}\right)$$



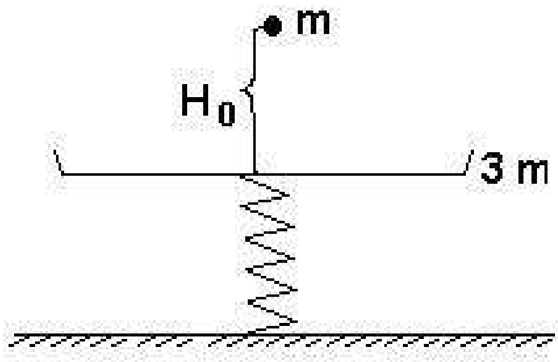
rys.1

Nazwa zadania: „Kula i elektron”

B. Kula przewodząca o promieniu r=2 cm została uziemiona. Elektronowi, który początkowo znajdował się w bardzo dużej odległości od kuli, nadano pewną prędkość początkową wzdłuż prostej przechodzącej w odległości 2r od środka kuli. Wyznacz wartość tej prędkości, jeżeli wiadomo, że elektron przeleciał w odległości 3/2r od środka kuli.

Nazwa zadania: „Waga i spadająca kulka”

C. Na miseczkę wagi sprężynowej z wysokości $H_0 = 10\,cm$ spada kulka o masie m



rys.2

równej 1/3 masy szalki – rys.2. Oblicz, na jaką wysokość wzniesie się kulka po ponownym zderzeniu z miseczką, jeżeli wiemy, że nastąpiło ono po upływie ¾ okresu drgań sprężyny. Zakładamy, że zderzenia są doskonale sprężyste, że drgania sprężyny są harmoniczne i że masa sprężyny jest równa zeru.

rys.2

ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

A. Dla małych kątów odcinek *AB* o długości *h* jest praktycznie prostopadły do osi optycznej – rys14. Mamy:

$$a_1 = \gamma_1 + \varphi \quad , \qquad a_2 = \varphi - \gamma_2$$

(1 pkt)

Dla wiązek przyosiowych mamy

$$n_1 a_1 = n_2 a_2 \,, \quad \gamma_1 = -\frac{h}{a_1}, \quad \varphi = \frac{h}{R}$$

(1 pkt)

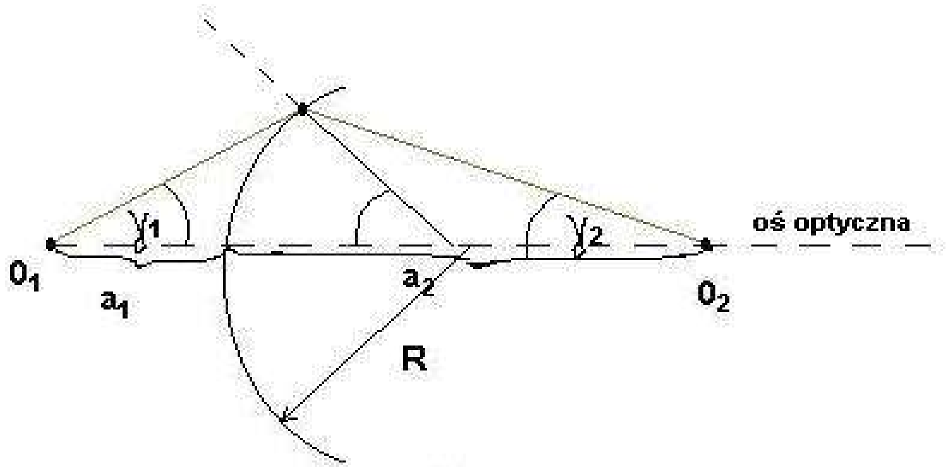
Wobec tego

$$n_1\left(-\frac{h}{a_1} + \frac{h}{R}\right) = n_2\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{a_2}\right)$$

Stąd

$$n_1\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{R}\right) = n_2\left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{R}\right)$$

(1 pkt)



B. W zbliżania się elektronu do uziemionej kuli na kuli będzie indukował się ładunek przeciwnego znaku. Pole elektryczne od tego ładunku na zewnątrz kuli będzie takie samo jak od ładunku punktowego o wielkości e'=-er/l (l-odległość elektronu od kuli) leżącego wewnątrz kuli na prostej środek kuli – elektron w odległości l'=$\frac{r^2}{l}$ od środka kuli (dowodzono ten fakt w jednym z zadań olimpijskich).

Z prawa zachowania energii w punkcie najbliższego zbliżenia (m – masa elektronu, e – jego ładunek) mamy (rys.15)

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + \frac{ee'}{l-l'} \qquad \textbf{(1 pkt)}$$

czyli

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} - \frac{e^2 r}{l^2 - r^2}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} - \frac{4}{5}\frac{e^2}{r} \qquad (1)$$

rys.15

Oddziaływanie elektronu z kulą jest oddziaływaniem centralnym (siła zawsze przechodzi przez środek kuli), a więc musi być spełnione prawo zachowania momentu pędu względem środka kuli. Mamy więc

$$2mvr = \frac{3}{2}mv'r \qquad (2)$$

(1 pkt)

z wzorów (1) i (2) dostajemy

$$v = 6e\sqrt{2/35rm} \approx 160\,m/s$$

(1 pkt)

C. Prędkość kuli przed pierwszym zderzeniem

$$v_0 = \sqrt{2gH_0}$$

Po pierwszym zderzeniu prędkość kuli wynosi $v = \frac{1}{2}v_0$ a prędkość miseczki wynosi $v_2 = \frac{1}{2}v_0$. Okres drgań wagi $T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}$ **(1 pkt)**

gdzie k oznacza nieznany współczynnik sprężystości. Amplituda drgań wynosi $A = v_2/\sqrt{3m/k}$. Zatem $T = 2\pi A/v_2$. Po pierwszym zderzeniu kulka osiąga wysokość $H = v_1^2/2g$. Jej prędkość przed drugim zderzeniem

$$v' = \sqrt{2g(H-A)}$$

Prędkość kuli po II zderzeniu

$$v'' = \frac{1}{2}v_1'$$

Szukana wysokość H_x spełnia zależność

$$mg(H_x - A) = \frac{mv_1''^2}{2}$$

$$H_x = \frac{v_1''^2}{2g} + A$$

$$H_x = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}(H_0 - A) + A\right)$$ **(1 pkt)**

Nie znamy A. Wyznaczymy tę wielkość korzystając z faktu, że czas między zderzeniami wynosi ¾ T:

$$\Delta t = \frac{3}{4}\cdot 2\pi\frac{A}{v_2}$$

ale również

$$\Delta t = \frac{v_1}{g}\frac{3\pi - 2}{\pi^2}H_0$$

Uwzględniając wcześniejsze zależności dostajemy

$$A = \frac{2}{g}\frac{3\pi - 2}{\pi^2}H_0$$

$$H_x = \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{6}\frac{3\pi - 2}{\pi^2}\right)H_0$$ **(1 pkt)**

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl