

# XXXI OLIMPIADA FIZYCZNA

(1981/1982)

## ZAWODY I STOPNIA

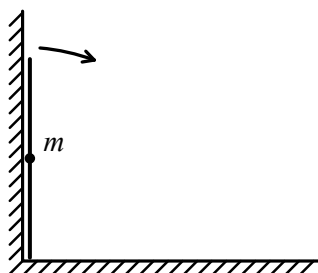
### Zadanie teoretyczne – T5

**Nazwa** – Zachowanie się pręta upadającego z pozycji pionowej.

**Źródła** – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

- Andrzej Kotlicki<sup>1</sup>, Andrzej Nadolny<sup>2</sup>, Krystyna Pniewska<sup>3</sup>: *Fizyka w Szkole* nr 2, 1982, s. 91–96
- Andrzej Nadolny, Krystyna Pniewska: *Olimpiada Fizyczna XXIX–XXXI*, WSiP, Warszawa 1982, s. 168–171
- T.M. Molenda, IF US, [www.OF.szc.pl](http://www.OF.szc.pl).

Cienki, jednorodny, nieważki pręt o długości  $2l$ , w którego środku znajduje się niewielkie ciało o masie  $m$ , spoczywa przy pionowej ścianie tak, jak na rys. 1. Po lekkim wytrąceniu z położenia równowagi pręt przewraca się. Czy dolny koniec pręta oderwie się od swego położenia pierwotnego, zanim punkt  $m$  zetknie się z podłogą? Jeżeli tak, to przy jakiej wysokości ciała o masie  $m$  nad podłogą to nastąpi?



Rys. 1

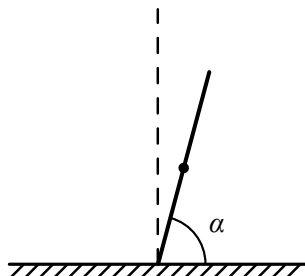
<sup>1</sup>Andrzej Kotlicki (wówczas dr) był kierownikiem organizacyjnym w KGOF od XXV OF do XXXVII OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF i współautorem z W. Gorzkowskim książki *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami*. W latach 1984–1999 był sekretarzem Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej. (Od 1991 r. – prof. University of British Columbia.) (przyp. red.)

<sup>2</sup>Dr Andrzej Nadolny był sekretarzem naukowym ds. zadań w KGOF od II st. XXX OF do XXXI OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF (przyp. red.).

<sup>3</sup>Krystyna Pniewska (Garbowska–Pniewska) pełniła funkcję Kierownika Organizacyjnego Olimpiady Fizycznej w XXX OF w 1981 r, w XXXIV OF i następnie, wspólnie z dr A. Kotlickim, do XXXVII OF; w tym okresie była autorką lub współautorką artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, współautorką ww. książki (przyp. red.).

## Rozwiązanie zadania T5 – XXXI OF, I stopień

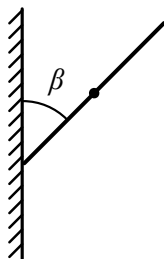
Rozważmy na wstępie przypadek pręta stojącego pionowo na poziomym podłożu. Przy zaniebaniu tarcia siła reakcji podłoża musi być prostopadła do jego płaszczyzny. Wykażemy, że siła ta jest niezerowa tylko wtedy, gdy pręt stoi pionowo lub leży na podłożu. Przy niewielkim wychyleniu pręta z położenia pionowego (rys. 2) siła reakcji podłoża miałyby mianowicie niezerowy moment



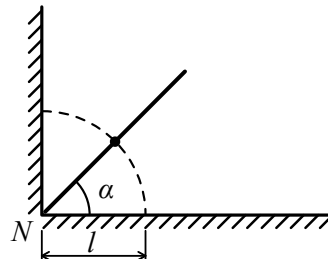
Rys. 2

względem środka pręta (oznacza to, że oprócz składowej siły reakcji skierowanej wzdłuż pręta występowałyby także niezerowa składowa doń prostopadła). Wobec tego jednak, że cała masa  $m$  jest skupiona w środku pręta, jego moment bezwładności względem środka jest zerowy. Niezerowy moment siły reakcji podłoża prowadziłby więc do nieskończonego przyspieszenia kąтового pręta, w następstwie czego nastąpiłoby momentalne oderwanie się pręta od podłoża, a więc zanik dalszego oddziaływania między nimi. Ścisłejszy dowód stwierdzenia, że siła działająca na pręt ze strony podłoża musi dla kątów  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  być równa zero, można przeprowadzić korzystając z trzeciej zasady dynamiki (pozostawiamy to Czytelnikowi). Przy założeniu, że nie występuje oddziaływanie podłoża, po wychyleniu pręta z pozycji pionowej ruch masy  $m$  będzie spadkiem swobodnym. Natomiast pręt, przy założeniu, że jego moment bezwładności względem środka jest dowolnie mały, lecz nie zerowy, będzie swym dolnym końcem ślizgał się po podłożu; przy znikającym momencie bezwładności ruch obrotowy pręta byłby nieokreślony.

A teraz przejdźmy do problemu przedstawionego w zadaniu. Początkowe położenie równowagi pręta jest oczywiście położeniem pionowym. Sformułowanie zadania nie określa jednak jednoznacznie kierunku, w jakim następuje wytrącenie pręta z tego położenia pierwotnego. Załóżmy więc dowolny kierunek niewielkiego wychylenia pręta względem położenia pionowego. Dolny koniec pręta pozostaje przy tym w swojej pierwotnej pozycji, a więc na krawędzi naroża utworzonego przez płaszczyzny ściany i podłogi. Rys. 3 przedstawia tę sytuację w rzucie pionowym. Jeśli zaniebamy tarcie, to dojdziemy do wniosku, że – podobnie jak w przypadku poprzednim – niezerowa siła reakcji więzów, tj. naroża może występować tylko dla kąta  $\beta = 90^\circ$ .



Rys. 3



Rys. 4

Zadanie ma więc określony sens jedynie dla ruchu pręta w płaszczyźnie prostopadłej do ściany, co zresztą jest sugerowane przez podany rysunek. Narzuca to oczywiście kierunek wytrącenia

pręta z położenia pierwotnego. W przeciwnym razie, gdy kąt  $\beta \neq 90^\circ$ , ciało (punkt materialny  $m$ ) ulegnie spadkowi swobodnemu.

Przy założeniu wychylenia pręta w kierunku prostopadłym do ściany jego ruch będzie się odbywał cały czas w płaszczyźnie prostopadłej do ściany, a dolny koniec pręta będzie pozostawał przynajmniej do pewnego momentu w swoim pierwotnym położeniu, na krawędzi naroża. Tor punktu materialnego  $m$  będzie więc okręgiem o promieniu  $l$  i środku  $N$  (rys. 4). Sytuacja analogiczna jak w zadaniu z obciążnikiem zsuwającym się z półkuli (zad. T1 st. I, V Olimpiada Fizyczna – przyp.red.). Aby ruch ciała o masie  $m$  odbywał się po okręgu o promieniu  $l$  z prędkością liniową  $v$ , musi na nie działać siła dośrodkowa równa

$$P = \frac{mv^2}{l}. \quad (1)$$

W naszym przypadku siła dośrodkowa jest wypadkową działającej wzdłuż osi pręta składowej  $F_l$  ciężaru ciała – skierowanej w stronę punktu  $N$  oraz reakcji naroża  $R$  – skierowanej w stronę przeciwną:

$$P = F_l - R. \quad (2)$$

Znaczy to, że siła dośrodkowa jest co najwyżej równa sile  $F_l$ , określonej wzorem

$$F_l - mg \sin \alpha = mg \frac{h}{l}, \quad (3)$$

gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim,  $h$  – wysokością punktu materialnego  $m$  nad podłogą. Widać, że wartość siły  $F_l$  maleje w miarę zmniejszania się kąta  $\alpha$  i wysokości  $h$ . Jednocześnie prędkość  $v$  punktu materialnego  $m$  rośnie kosztem jego energii potencjalnej. Dla określonej wysokości  $h$  energia kinetyczna ciała jest równa:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(l - h). \quad (4)$$

Na podstawie wzorów (1) i (3) znajdujemy wartość wymaganej dla utrzymania ruchu po okręgu siły dośrodkowej, zależną od wysokości  $h$ :

$$P = 2mg \frac{l - h}{l}. \quad (5)$$

Jak widać siła ta rośnie od zera do wartości  $2mg$ , gdy  $h$  maleje od  $l$  do zera. Z porównania wzorów (2) i (4) wynika, że po przekroczeniu pewnej wartości  $h = h_0$  siła  $F_l$  staje się mniejsza od siły dośrodkowej  $P$  wymaganej dla utrzymania ciała w ruchu po zadanym okręgu. Wysokość  $h_0$  jest więc tą krytyczną wysokością, przy której nastąpi oderwanie się ciała od dotychczasowego toru po okręgu, co pociąga za sobą oderwanie się końca pręta od jego położenia pierwotnego. Wysokość tę obliczamy z przyrównania wzorów (2) i (4) po uprzednim dokonaniu podstawienia  $h = h_0$ . Jako wynik otrzymujemy

$$h_0 = \frac{2}{3}l. \quad (6)$$

### Punktacja

1. Sformułowanie warunku oderwania się końca pręta (z podaniem wzorów) ..... 5 pkt.
2. Wyprowadzenie końcowego wzoru ..... 5 pkt.

### Komentarz

Zadanie to było bardzo popularne i wypadło bardzo dobrze. Wielu uczniów zauważyło zbieżność ze wspomnianym wcześniej zadaniem z V Olimpiady Fizycznej.