



# XXXI OLIMPIADA FIZYCZNA

(1981/1982)

## ZAWODY II STOPNIA

### CZĘŚĆ TEORETYCZNA

#### Zadanie teoretyczne – T2

**Nazwa** – Obwody sprzężone indukcyjnie – indukcyjność zastępcza dwóch cewek.

**Źródła** – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

- Andrzej Kotlicki<sup>1</sup>, Andrzej Nadolny<sup>2</sup>, Krystyna Pniewska<sup>3</sup>: *Fizyka w Szkole* nr 4, 1982, s. 213–220
- Andrzej Nadolny, Krystyna Pniewska: *Olimpiada Fizyczna XXIX–XXXI*, WSiP, Warszawa 1986, s. 178–180
- T.M. Molenda, IF US, [www.OF.szc.pl](http://www.OF.szc.pl).

---

Dwie cewki z prądem mogą oddziaływać wzajemnie w ten sposób, że zmiany prądu w jednej cewce wywołują powstanie siły elektromotorycznej w drugiej cewce i na odwrót. Miarą tego oddziaływania jest współczynnik indukcji wzajemnej  $M > 0$ , dodatkowo siła elektromotoryczna indukowana w pierwszej cewce wynosi:

$$\pm M \frac{dI_2(t)}{dt}$$

a w drugiej:

$$\pm M \frac{dI_1(t)}{dt},$$

gdzie:  $I_1(t)$  oraz  $I_2(t)$  oznaczają natężenia prądów odpowiednio w pierwszej i drugiej cewce. Znaki indukowanych sił elektromotorycznych spełniają regułę Lenza.

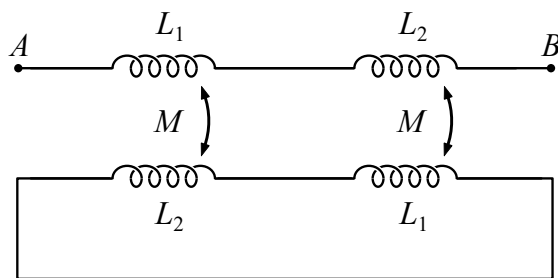
Korzystając z powyższych informacji, wyznacz indukcyjność zastępczą  $L_{AB}$  układu przedstawionego na rys. 1. Kierunki uzwojeń i położenia cewek jak na rysunku 1. Czy wynik ulegnie zmianie i jak, jeśli w jednej z cewek zmienimy zaznaczony kierunek uzwojeń na przeciwny?

---

<sup>1</sup>Andrzej Kotlicki (wówczas dr) był kierownikiem organizacyjnym w KGOF od XXV OF do XXXVII OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF i współautorem z W. Gorzkowskim książki *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami*. W latach 1984–1999 był sekretarzem Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej. (Od 1991 r. – prof. University of British Columbia.) (przyp. red.)

<sup>2</sup>Dr Andrzej Nadolny był sekretarzem naukowym ds. zadań w KGOF od II st. XXX OF do XXXI OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF (przyp. red.).

<sup>3</sup>Krystyna Pniewska (Garbowska–Pniewska) pełniła funkcję Kierownika Organizacyjnego Olimpiady Fizycznej w XXX OF w 1981 r, w XXXIV OF i następnie, wspólnie z dr A. Kotlickim, do XXXVII OF; w tym okresie była autorką lub współautorką artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, współautorką ww. książki (przyp. red.).



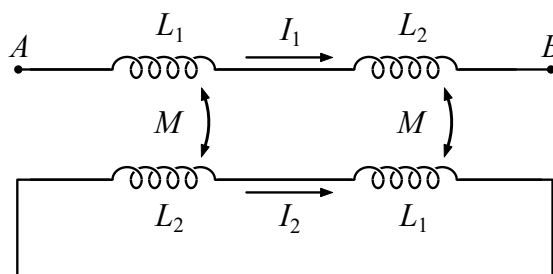
Rys. 1

$L_1$ ,  $L_2$  oznaczają indukcyjność cewek,  $M$  – współczynnik indukcji wzajemnej w jednej i drugiej parze cewek; między tymi parami cewek bezpośrednie oddziaływanie nie występuje.

## Rozwiązanie zadania T2 – XXXI OF, II stopień, część teoretyczna

Oznaczmy kierunek prądu jak na rysunku 2. Suma sił elektromotorycznych w obwodzie zamkniętym (dolne oczko) jest równa zero:

$$-(L_1 + L_2) \frac{dI_2}{dt} \pm 2M \frac{dI_1}{dt} = 0. \quad (1)$$



Rys. 2

Siła elektromotoryczna indukowana między punktami  $A$  i  $B$  wynosi

$$E_{AB} = -(L_1 + L_2) \frac{dI_1}{dt} \pm 2M \frac{dI_2}{dt}. \quad (2)$$

Z prawa Lenza wynika, że we wzorach (1) i (2) należy wziąć ten sam znak – górny albo dolny, w zależności od kierunku uzwojeń.

Z zależności (1) i (2) otrzymujemy:

$$E_{AB} = -(L_1 + L_2) \frac{dI_1}{dt} \pm 2M \left( \pm \frac{2M}{L_1 + L_2} \right) \frac{dI_1}{dt} = -(L_1 + L_2 - \frac{4M^2}{L_1 + L_2}) \frac{dI_1}{dt}.$$

Ponieważ zaś

$$E_{AB} = -L_{AB} \frac{dI_1}{dt},$$

więc

$$L_{AB} = L_1 + L_2 - \frac{4M^2}{L_1 + L_2}.$$

W przypadku zmiany kierunku uzwojeń w jednej z cewek na przeciwny, siły elektromotoryczne indukcji wzajemnej generowane w obu parach cewek będą miały przeciwne znaki, a zatem będą się znosiły. Dotyczy to zarówno obwodu  $AB$ , jak i dolnego oczka. W oczku tym nie popłynie więc prąd. Wzór (2) przyjmuje w tym przypadku postać

$$E_{AB} = -(L_1 + L_2) \frac{dI_1}{dt}.$$

Stąd

$$L_{AB} = L_1 + L_2. \quad (3)$$

W podanym rozwiązaniu nie stosowano żadnych założeń, co do zależności czasowej prądów. Jest ono więc ogólnie słuszne – zarówno dla prądów opisywanych sinusoidalną, bądź inną okresową funkcją czasu, jak też dla przebiegów nieperiodycznych.

**Punktacja**

1. Wyprowadzenie wzoru (1) ..... 3 pkt.
2. Wyprowadzenie wzoru (2) ..... 3 pkt.
3. Wyprowadzenie wzoru (3) ..... 2 pkt.
4. Wyprowadzenie wzoru (4) ..... 2 pkt.

*Komentarz*

Zadanie to wypadło stosunkowo dobrze. Być może przyczynił się do tego fakt, że podobny, lecz prostszy problem jest przedstawiony w książce W. Gorzkowskiego *25 lat Olimpiad Fizycznych*, WSiP, Warszawa 1979. Mimo to, wielu uczestników miało trudności z właściwym doбором znaków, często kierowano się tu intuicją. Ciekawą jest rzeczą, że więcej błędów zdarzało się w analizie przypadku ze zmienionym kierunkiem uzwojeń – nie zauważano, że prąd w dolnym oczku wówczas nie płynie. Najpoważniejszym jednak błędem, jaki się zdarzał, było przyjmowanie różnej wartości natężenia prądu płynącego w cewkach połączonych szeregowo.

Niektórzy zawodnicy, prawdopodobnie uczniowie techników, rozpatrywali zachowanie się układu dla prądu przemiennego. Przy poprawnym rozwiązaniu problemu uzyskane wyniki były oczywiście identyczne z otrzymanymi metodą powyższą, w której nie zakłada się żadnej określonej zależności czasowej prądu  $I(t)$ .