



XXXIII OLIMPIADA FIZYCZNA

(1983/1984)

ZAWODY II STOPNIA CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Zadanie doświadczalne – D

Nazwa – Wyznaczanie gęstości piasku korzystając z wahadła torsyjnego.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

– Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki: *Fizyka w Szkole* nr 4, 1984

– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Mając do dyspozycji:

- rurę plastikową z korkami do zatkania po obu jej stronach,
- wodę,
- suchy piasek,
- sekundomierz,
- ciężki statyw z uchwytem,
- drut stalowy,
- łącznik,
- śrubokręt,
- gruby drut miedziany i kombinerki do jego gięcia,

wyznacz gęstość piasku. Gęstość wody przyjmujemy za równą 1 g/cm^3 .

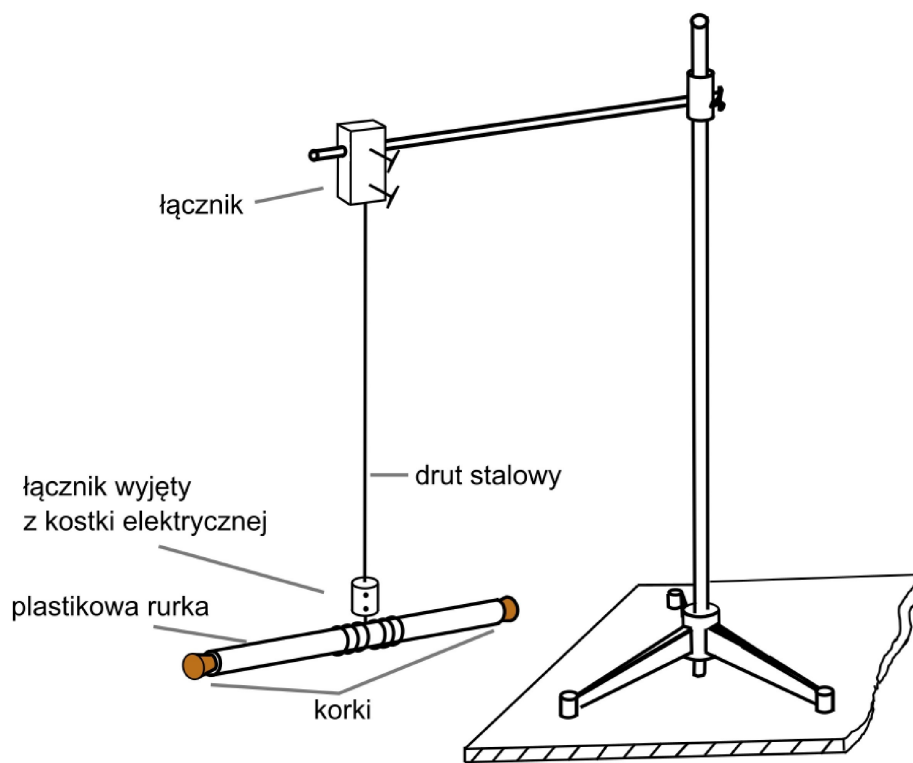
Rozwiązanie zadania D – XXXIII OF, II stopień, część doświadczalna

Zestaw doświadczalny, a zwłaszcza włączenie do niego sekundomierza, wskazywało na możliwość wykonania pomiaru gęstości poprzez pomiar okresu drgań wahadła skonstruowanego w odpowiedni sposób. Łatwo było odgadnąć, że rura powinna być elementem wykonującym drgania, a okres tych drgań powinien dawać informację o gęstości substancji, która wypełnia rurę. Takie warunki spełnia wahadło torsyjne.

Pomiar wykonujemy w układzie pokazanym na rys. 1. Druk stalowy mocujemy w statywie, a na jego końcu zawieszamy rurę tak, aby wisiała poziomo.

Należy wyznaczyć okres niewielkich drgań torsyjnych rury w płaszczyźnie poziomej w trzech przypadkach:

- dla rury pustej, ale zatkanej korkiem na obu końcach (T_1),
- dla rury wypełnionej piaskiem (T_2),
- dla rury wypełnionej wodą (T_3).



Rys. 1. Schemat układu doświadczalnego¹

Okres drgań torsyjnych wynosi:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\alpha}}, \quad (1)$$

gdzie I – moment bezwładności ciała, α – stała charakteryzująca własności sprężyste drutu.

¹Rys. przy opracowaniu zadania do bazy KGOF został uzupełniony w stosunku zamieszczonego w źródle *Fizyka w Szkole*.

Drut stalowy na górze był zamocowany do uchwytu znajdującego się na poziomym pręcie statywu a na dole do łącznika wymontowanego z kostki elektrycznej. Rura była owinięta drutem miedzianym tak aby się nie przesuwiała. Pośrodku rury wystawał koniec drutu, który był zamocowany w łączniku (przykręcony śrubką) (przyp. red.).

Wahadło torsyjne występowało już w zadaniach olimpijskich i niektórzy uczniowie pamiętali postać wzoru. Inni wyprowadzali go z analizy wymiarowej (współczynnik 2π , jak będzie pokazane dalej, nie jest dla rozwiązania zadania istotny).

Część uczniów zapisała równanie ruchu obrotowego wahadła w postaci:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} - \alpha\varphi = 0$$

i skorzystała z jego podobieństwa do równania ruchu wahadła matematycznego, aby znaleźć prawidłowe rozwiązanie (1). Ogólnie można napisać:

$$T^2 = AI, \quad (2)$$

gdzie A – stała charakteryzująca dany układ.

Przyjmijmy oznaczenia:

I_1 – moment bezwładności pustej rury,

I_2 – moment bezwładności rury z piaskiem $I_2 = I_1 + I_p$,

I_p – moment bezwładności samego piasku (względem tej samej osi obrotu),

I_3 – moment bezwładności rury z wodą $I_3 = I_1 + I_w$,

I_w – moment bezwładności samej wody.

Ze względu na jednorodność wody i jednorodność piasku można zapisać:

$$\begin{aligned} I_p &= B\rho_p, \\ I_w &= B\rho_w, \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie: ρ_p – gęstość piasku, ρ_w – gęstość wody, B – stała charakterystyczna dla określonego układu.

Na podstawie (2) możemy napisać wzory na okres drgań w poszczególnych przypadkach:

$$\begin{aligned} T_1^2 &= AI_1 && \text{– rura pusta,} \\ T_2^2 &= A(I_1 + I_p) && \text{– rura z piaskiem,} \\ T_3^2 &= A(I_1 + I_w) && \text{– rura z wodą.} \end{aligned} \quad (4)$$

Korzystając z wzorów (3) i (4) otrzymamy wzór:

$$\rho_p = \rho_w \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_3^2 - T_1^2}, \quad (5)$$

z którego wyznaczymy gęstość piasku.

Należy zwrócić uwagę, że nie jest konieczne wyliczanie stałych A i B . Stała A jest we wszystkich trzech przypadkach taka sama, co wynika z faktu, że cały czas używamy tego samego drutu stalowego o tej samej długości. Fakt, że stała B dla wody i piasku jest taka sama, wynika z jednorodności substancji wypełniającej rurę i z tego, że geometria rury w obu wypadkach jest taka sama.

Warunkiem pomyślnego wykonania pomiarów jest bardzo dobre umocowanie rury. Rurę zamocujemy na drucie stalowym przy użyciu łącznika ze śrubkami oraz drutu miedzianego tak, aby wisiała poziomo. Rura owinięta została drutem miedzianym tak mocno zaciśniętym, aby nie mogła się przesunąć względem drutu miedzianego (kombinerki do gięcia drutu i umocowania przy jego pomocy rury były dostępne dla każdego zawodnika).

Do pomiarów używamy sekundomierza. Mierzymy oczywiście nie czas jednego okresu, lecz kilku (w celu uzyskania lepszej dokładności). Nie należało wykonywać pomiaru okresu T_3 przed

pomiarem okresu T_2 , bo po wylaniu wody z rury zawsze zostanie w jej wnętrzu część wody, która później może wsiąknąć w piasek. Również nie należało wyznaczać okresu T_3 przed okresem T_1 .

Długość drutu stalowego, który dostali uczniowie (ok. 1 m), przekracza nieco wysokość statywu. Dlatego też statyw należało ustawić na brzegu stołu tak, by rura wisiała obok stołu poniżej jego blatu.

W taki sposób wykonała zadanie znaczna większość uczniów.

Innym równie poprawnym sposobem rozwiązania zadania było skonstruowanie wahadła sprężynowego – z drutu stalowego można było zwinąć sprężynę, a pusta rura, wypełniona piaskiem lub wodą, stanowiła obciążnik. Proste rozważania prowadzą do identycznego wzoru na gęstość piasku jak w przypadku wahadła torsyjnego.

Z góry skazane na niepowodzenie były natomiast próby wyznaczenia gęstości piasku przy pomocy wahadła fizycznego w postaci rury zawieszanej jednym końcem na statywie.

Jak wiadomo, okres drgań takiego wahadła wynosi:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}},$$

gdzie: l – odległość środka masy wahadła od punktu zawieszenia, m – masa wahadła.

Dla jednorodnie napełnionej piaskiem lub wodą rury moment bezwładności I jest proporcjonalny do masy rury, a więc okres drgań rury nie zależy od materiału, który wypełnia rurę. Sytuacja zmienia się, gdy pomiary okresu wykonamy dla rury pustej oraz napełnionej do połowy piaskiem lub wodą. Wtedy od gęstości materiału umieszczonego w rurze zależy położenie środka ciężkości wahadła a zatem i jego okres. Różnice okresu drgań są jednak w tym przypadku niewielkie, a obliczenia dość złożone.

Bardzo częstym błędem popełnianym przez uczniów rozwiązujących zadanie metodą wahadła torsyjnego, było zapisywanie równania ruchu obrotowego, jak dla ruchu postępowego (z masą zamiast z momentem bezwładności). Takie rozwiązania były oceniane bardzo nisko.

Tradycyjnie już przy zadaniu doświadczalnym najwięcej trudności sprawia uczniom analiza błędów pomiarowych². Oczywiście głównym źródłem błędu pomiaru gęstości piasku był błąd pomiaru okresów drgań wahadła. Można by go zmniejszyć przez pomiar nie jednego, lecz wielu okresów drgań. Warto zwrócić uwagę na fakt, że gęstość piasku zależy silnie od wielkości jego ziaren, wilgotności, a także od tego, jak mocno jest ubity. Nic więc dziwnego, że wyniki uzyskane w poszczególnych okręgach zawierały się w granicach 1,4–1,7 g/cm³.

Punktacja

- | | |
|---|--------|
| 1. Układ doświadczalny | 4 pkt. |
| 2. Kolejność pomiarów (najpierw pomiary z piaskiem) | 1 pkt. |
| 3. Pomiary okresów | 3 pkt. |
| 4. Dyskusja błędów pomiarowych | 2 pkt. |
| 5. Proporcjonalność $T^2 \sim I$ z tym samym A | 3 pkt. |
| 6. Addytywność momentów | 2 pkt. |
| 7. Proporcjonalność $I \sim \rho$ z tym samym B | 2 pkt. |
| 8. Wzór (5) | 3 pkt. |

²Błąd pomiaru – określenie było stosowane w znaczeniu obecnej niepewności pomiaru.

Problematykę tą od 1993 r. reguluje *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, u nas w nauczaniu od 2018 r. *Rekomendacja Polskiego Towarzystwa Fizycznego dotycząca nauczania o opracowywaniu wyników pomiarów w szkołach* – www.2022.ptf.net.pl/programy/edukacja/rekomendacja (przyp. red.).