

XXXIII OLIMPIADA FIZYCZNA

(1983/1984)

ZAWODY III STOPNIA

CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Zadanie doświadczalne – D

Nazwa – Wyznaczanie stałej Stefana-Boltzmana.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

– Waldemar Gorzkowski, Andrzej Nadolny: *Fizyka w Szkole* nr 1, 1983

– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Wyznacz stałą Stefana-Boltzmana σ we wzorze na energię efektywnie emitowaną w jednostce czasu przez ciało doskonale czarne o powierzchni S i temperaturze bezwzględnej T znajdujące się w otoczeniu o temperaturze T_0 :

$$E = \sigma S(T^4 - T_0^4).$$

Wskaż i przedyskutuj czynniki wpływające na dokładność wyznaczenia stałej σ .

Masz do dyspozycji:

- grzejnik elektryczny (wkład do lutownicy),
- zasilacz,
- przewody do połączeń,
- woltomierz,
- amperomierz,
- miliwoltomierz (woltomierz cyfrowy),
- statyw z uchwytem,
- świecę i zapalki,
- suwmiarkę,
- walec aluminiowy (o wypolerowanej powierzchni) z otworem na grzejnik, zaopatrzony w termoparę miedź-konstantan,
- mieszaninę wody z lodem w termosie (naczyniu styropianowym),
- charakterystykę termopary miedź-konstantan.

UWAGA: Zachowaj ostrożność, by się nie poparzyć. Prąd grzejnika nie może przekraczać 2 A.

Rozwiązanie zadania D – XXXIII OF, III stopień, część doświadczalna

Część teoretyczna

Nieźle przybliżenie ciała doskonale czarnego można uzyskać pokrywając powierzchnię ciała sadzą z płomienia świecy. Wykorzystujemy do tego walec aluminiowy, zaopatrzony w termoparę, mogącą służyć do pomiaru jego temperatury. Walec ten może być podgrzewany za pomocą umieszczonego w jego wnętrzu grzejnika elektrycznego.

Nasuwa się więc koncepcja wykonania zadania, polegająca na ogrzewaniu poczernionego sadzą walca stałą mocą (której wartość M_c będzie można wyznaczyć na podstawie pomiarów napięcia prądu) i pomiarze temperatury T walca, jaka się ustali w warunkach równowagi. W takich warunkach cała moc wydzielana w grzejniku jest przekazywana otoczeniu, z tego część przez promieniowanie termiczne czarnej powierzchni walca.

Najpoważniejszy problem stanowi uwzględnienie nieradiacyjnego przepływu energii z walca (ściślej – grzejnika) do otoczenia – przez przewodnictwo cieplne oraz konwekcję powietrza; jak wskazują uzyskane wyniki doświadczalne, w omawianym przypadku nieradiacyjny przepływ energii jest zbliżony wielkością do przepływu radiacyjnego. Moc rozpraszaną w sposób nieradiacyjny M_n można z dobrym przybliżeniem wyznaczyć powtarzając doświadczenie z walcem niepoczernionym, którego wypolerowana powierzchnia praktycznie nie emituje promieniowania termicznego.

Jeśli doświadczenie zostanie przeprowadzone w tej samej temperaturze T , moc $M_r(T)$ wypromieniowywaną przez poczernioną powierzchnię walca znajdujemy jako różnicę:

$$M_r(T) = M_c(T) - M_n(T).$$

Podstawiając powyższe wyrażenie do wzoru podanego w treści zadania w miejsce E , otrzymujemy po przekształceniach wzór, na podstawie którego będzie można wyznaczyć stałą Stefana-Boltzmana:

$$\sigma = \frac{M_c(T) - M_n(T)}{S(T^4 - T_0^4)}. \quad (1)$$

Pewna trudność tej metody wiąże się z koniecznością wykonania pomiarów dla walca poczernionego i niepoczernionego dokładnie w tej samej temperaturze. Trudność tę można pokonać wykonując pomiary np. dla walca niepoczernionego w dwóch nieco różnych temperaturach – niższej oraz wyższej niż dla walca poczernionego – i obliczając poszukiwaną wartość mocy grzejnika metodą interpolacji.

Opisana metoda – nazwijmy ją metodą stałej temperatury – jest najbardziej poprawna, albowiem moc rozpraszana w sposób nieradiacyjny jest w niej wyznaczana bezpośrednio.

Istnieją jeszcze metody mniej poprawne, w których moc rozpraszaną nieradiacyjnie wyznacza się nie bezpośrednio, lecz w oparciu o założenie, że jest ona proporcjonalna do różnicy temperatur, $(T - T_0)$, tzn. wyraża się wzorem

$$M_n(T) = k(T - T_0),$$

gdzie współczynnik k nie zależy od temperatury T ani od faktu poczernienia powierzchni walca (przy niezmiennych pozostałych warunkach).

Metody takie były stosowane przez zawodników w dwóch odmianach. W pierwszej (metoda stałej mocy) stosuje się tę samą moc grzania M dla walca poczernionego oraz dla walca niepoczernionego. Oznaczając uzyskiwane w stanie równowagi temperatury dla obu przypadków odpowiednio przez T_c (powierzchnia czerniona) oraz T_b (powierzchnia błyszcząca) możemy napisać

$$\begin{aligned} M &= k(T_b - T_0), \\ M &= k(T_c - T_0) + M_r(T_c). \end{aligned}$$

Z powyższych równań eliminując współczynnik k wyznacza się moc promieniowania termicznego powierzchni poczernionej o temperaturze T_c jako

$$M_r(T_c) = M \left(1 - \frac{T_c - T_0}{T_b - T_0} \right) = M \frac{T_b - T_c}{T_b - T_0},$$

a dalej otrzymuje się wzór na wyznaczenie stałej σ :

$$\sigma = \frac{M(T_b - T_c)}{S(T_c^4 - T_0^4)(T_b - T_0)}. \quad (2)$$

W drugiej odmianie (metoda dwóch temperatur) pomiary dokonywane są wyłącznie dla walca poczernionego, stosuje się jednak dwie wartości mocy grzania M_1 i M_2 którym odpowiadają wartości temperatury w stanie równowagi odpowiednio T_1 i T_2 .

Układ równań w tym przypadku ma postać:

$$\begin{aligned} M_1 &= k(T_1 - T_0) + \sigma S(T_1^4 - T_0^4), \\ M_2 &= k(T_2 - T_0) + \sigma S(T_2^4 - T_0^4). \end{aligned}$$

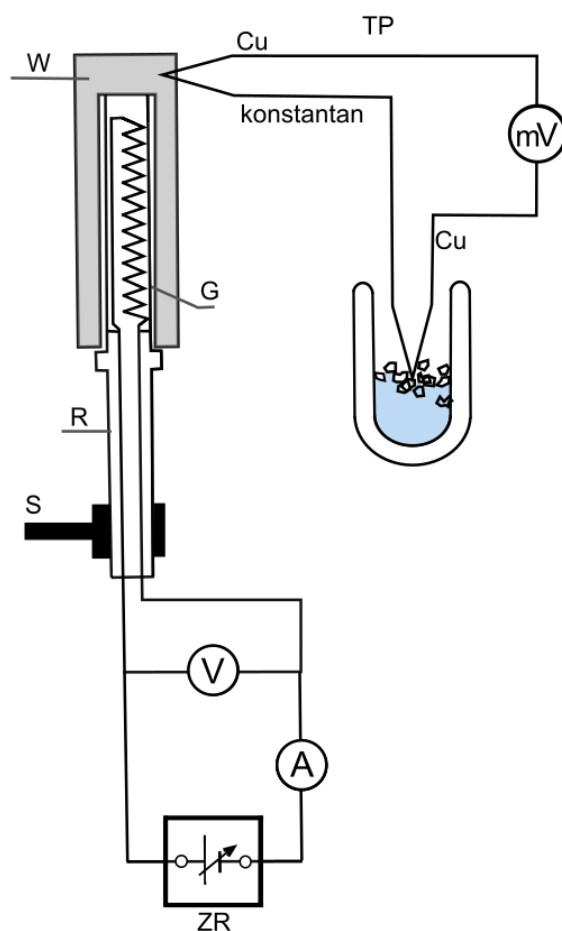
W każdym z tych równań pierwszy człon opisuje wymianę ciepła z otoczeniem na drodze nieradiacyjnej, drugi zaś poprzez promieniowanie.

Rozwiązując ten układ równań względem σ otrzymuje się wzór:

$$\sigma = \frac{M_1(T_2 - T_0) - M_2(T_1 - T_0)}{S[(T_1^4 - T_0^4)(T_2 - T_0) - (T_2^4 - T_0^4)(T_1 - T_0)]}. \quad (3)$$

Część doświadczalna

Należy zestawić układ przedstawiony schematycznie na rys. 1. Walec **W** nałożony jest na grzejnik **G** i za pomocą porcelanowej rurki **R**, zawierającej przewody doprowadzające do grzejnika, zamocowany na statywie **S** w pewnej odległości (znacznie większej od rozmiarów walca) od otaczających przedmiotów. Grzejnik zasilany jest z zasilacza regulowanego **ZR**. Umieszczone w obwodzie – amperomierz i woltomierz umożliwiają określenie wydzielanej w grzejniku mocy. Termopara **TP** podłączona jest do miliwoltomierza (woltomierza cyfrowego o bardzo dużym oporze wewnętrznym) mierzącego siłę elektryczną związaną z różnicą temperatury obu jej spójnię; jedno z tych spójnię znajduje się w walcu, drugie umieszczone jest w mieszaninie wody z lodem (o temp. 273 K).



Rys. 1. Schemat układu doświadczalnego

Pomiary polegają na wyznaczeniu mocy wydzielanej w grzejniku i odpowiadającej jej ustalonej temperatury walca. Wartość temperatury walca odczytuje się z podanej charakterystyki termopary miedź-konstantan na podstawie pomiaru siły termoelektrycznej dokonywanego za pomocą miliwoltomierza. Bardzo istotne jest, aby pomiar temperatury odbywał się po osiągnięciu stanu równowagi, gdy temperatura walca oraz grzejnika nie ulega już zmianom w czasie i cała moc wydzielana w grzejniku jest rozpraszana na zewnątrz. Dla walca i grzejnika stosowanych na zawodach wymagało to blisko półgodzinnego odczekania po włączeniu napięcia lub zmianie jego wartości (okres ten można było skrócić zasilając grzejnik początkowo wyższą mocą, a następnie zmniejszając jej wartość). Dla wyznaczenia mocy wydzielanej w grzejniku konieczny był pomiar zarówno napięcia jak i natężenia prądu w końcowej temperaturze – ze względu na zależność oporu grzejnika od temperatury.

Pomiary dokonywane są dla walca poczernionego oraz niepoczernionego (w jednej z podanych wyżej metod – wyłącznie dla poczernionego). Podczas czernienia walca nad płomieniem świecy należy zwracać uwagę, aby sadza pokryła czernioną powierzchnię równą warstwą bez prześwitów, lecz i nie nadmiernie grubą. Wskazane jest nie pokrywanie sadzą pierścieniowej części denka wokół otworu na grzejnik (bliskość nagrzanej ceramicznej rurki mocującej grzejnik zmienia lokalnie warunki promieniowania). Pole poczernionej powierzchni walca S wyznacza się na podstawie pomiarów walca za pomocą suwmiarki. Temperaturę otoczenia T_0 znajduje się za pomocą termopary, jako temperaturę walca przed przystąpieniem do jego ogrzewania (lub po jego dokładnym ostygnięciu).

Przykładowe wyniki:

średnica walca – 11,9 mm,

długość walca – 71,5 mm,

pole poczernionej powierzchni walca

(powierzchnia boczna + jedno denko) – $S = 28,7 \text{ cm}^2$,

temperatura otoczenia – $T_0 = 296 \text{ K}$,

wartości napięcia i natężenia prądu grzejnika oraz temperatury walca dla trzech pomiarów przedstawia tabela 1.

Tabela 1

Symbol pomiaru	Powierzchnia walca	Zasilanie grzejnika		Temperatura walca, K
		napięcie, V	natężenie, A	
A	błyszcząca	12,6	1,33	603
B	poczerniona	12,5	1,34	492
C	poczerniona	18,2	1,92	603

Na podstawie powyższych danych wyznaczono wartość σ trzema przedstawionymi wyżej metodami. W tym celu odpowiednie pary wyników z tabeli 1 przedstawiono do wzorów (1), (2) i (3), wstawiając jako moc każdorazowo iloczyn napięcia i natężenia prądu grzejnika. Uzyskane wartości σ (po zaokrągleniu końcowych wyników) są zawarte w tabeli 2.

Tabela 2

Metoda	Użyty wzór	Wykorzystywana para wyników	Wyznaczona wartość σ , $10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	Stosunek σ do wartości tablicowej
stałej temp.	(1)	A + C	5,25	0,93
stałej mocy	(2)	A + B	4,28	0,75
dwóch temp.	(3)	B + C	6,99	1,23

Jak widać z tej tabeli, wynik najbardziej zbliżony do wartości tablicowej σ ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$) uzyskano metodą stałej temperatury – co jest zgodne z oczekiwaniami. Poważniejsze odstępstwa wartości wyznaczonych pozostałymi dwiema metodami od wartości tablicowej wynikają z przyjęcia założenia upraszczającego, dotyczącego mocy rozpraszanej nieradiacyjnie, które w rzeczywistości nie jest dokładnie spełnione.

We wszystkich metodach przyjmuje się założenie, że powierzchnia pokryta sadzą emituje promieniowanie jako ciało doskonale czarne oraz – z drugiej strony – że wypolerowana powierzchnia aluminium w ogóle nie emituje promieniowania termicznego. W rzeczywistości emisyjność sadzy jest nieco mniejsza od jedności, zaś emisyjność aluminium – większa od zera (odchyłki wynoszą

w obu przypadkach po kilka procent; dane te nie figurują jednak w tablicach szkolnych). Powodem to pewne zaniżenie uzyskanej wartości σ , widoczne w poprawnej metodzie stałej temperatury.

Z innych czynników wpływających na uzyskiwany wynik należy wymienić niekontrolowany przepływ mocy grzejnika przez porcelanową rurkę mocującą – poza walcem aluminiowym (przy tej samej temperaturze walca większy jest ten przepływ dla powierzchni czernionej, mniejszy dla błyszczącej, gdyż różna jest w tych przypadkach temperatura grzejnika). Czynnik ten wpływa na zwiększenie wyznaczonej wartości σ .

Zakłócający wpływ wywierają także czynniki zewnętrzne, jak powiewy powietrza oraz wyższa temperatura pewnych ciał w otoczeniu walca (takich jak mierniki elektroniczne, ciało ludzkie).

Trzeba jeszcze – dla rzetelności – dodać, że w stosowanych grzejnikach elektrycznych niedobry był opór doprowadzeń (przechodzących wewnątrz porcelanowej rurki mocującej). Pomiar tego oporu nie był przewidziany; zakładając nawet jego znajomość, trudno ilościowo uwzględnić wpływ tego oporu. Można jedynie stwierdzić, że podwyższa on uzyskiwany wynik. Również trudny do oszacowania jest ewentualny wpływ sadzy na wymianę ciepła między walcem a otoczeniem. Wydaje się, że może ona nieco utrudnić tę wymianę (zarówno przez przewodnictwo, jak i konwekcję). W konsekwencji prowadziło by to do obniżenia wartości wyniku na σ .

W porównaniu z wyżej omówionymi czynnikami błędy wprowadzone przez niedokładności przyrządów pomiarowych mają znaczenie drugorzędne – wynosiły one na ogół kilka procent.

W świetle powyższej dyskusji można stwierdzić, że liczne czynniki wpływające na wyznaczaną doświadczalnie wartość σ częściowo się kompensują i temu chyba należy przypisać, że odchyłka wartości σ wyznaczonej metodą stałej temperatury od wartości tablicowej jest tak niewielka (wyznaczanie stałej Stefana-Boltzmanna jest na tyle trudne, że nawet wartości tablicowe mają stosunkowo małą dokładność).

Omówienie rozwiązań zawodników

Na 79 zawodników uczestniczących w zawodach tylko 8 świadomie zastosowało optymalną metodę stałej temperatury. Paru dalszych podało tę metodę w części teoretycznej rozwiązania, nie zrealizowało jej jednak doświadczalnie.

Założenie dotyczące wprost proporcjonalnej zależności mocy rozpraszanej nieradiacyjnie od różnicy temperatur ($T - T_0$) poczyniło sześciu zawodników, ale jedynie czterech z nich wykorzystało to założenie: jeden w metodzie stałej mocy, trzech w metodzie dwóch temperatur.

Większość zawodników dokonywała pomiarów jedynie dla pocernionego walca przyjmując, że cała moc jest rozpraszana przez promieniowanie; zaledwie część z nich była świadoma popełnianego przy tym błędu. Uzyskiwane w ten sposób wyniki były znacznie (około dwukrotnie) zawyżone – tym bardziej im niższa była temperatura walca – oczywiście w przypadku poprawnie wykonywanych pomiarów. Niektórzy powtarzali pomiary dla kilku temperatur i obliczali wynik średni, procedura ta nie miała jednak większego sensu. Nie wszyscy zawodnicy wykonywali doświadczenie z jednakową starannością, w związku z tym rozrzut uzyskanych wartości jest bardzo duży. Zdarzały się nawet wyniki zadziwiająco zbliżone do wartości tablicowej w pracach wyraźnie niepoprawnych. Jeśli stosowana metoda nie uzasadniała należycie przedstawionych wyników, przypadki takie oceniane były bardzo krytycznie.

Przy okazji omawianego zadania dał się poznać u wielu zawodników zdumiewający brak umiejętności posługiwania się suwmiarką (podawano wymiary zaokrąglone do pewnych milimetrów) – świadczy to chyba o zaniedbaniach szkoły w tym zakresie.