



# XXXV OLIMPIADA FIZYCZNA

(1985/1986)

## ZAWODY III STOPNIA

### CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

#### Zadanie doświadczalne – D

**Nazwa** – Wyznaczanie ciepła właściwego ołowiu i ciepła parowania azotu.

**Źródła** – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

– Waldemar Gorzkowski, Andrzej Nadolny: *Fizyka w Szkole* nr 5, 1986

– T.M. Molenda, IF US, [www.OF.szc.pl](http://www.OF.szc.pl).

---

Wyznacz ciepło parowania ciekłego azotu oraz ciepło właściwe ołowiu (wartość średnią dla przedziału temperatur 77–300 K). Do dyspozycji są:

- walcowe styropianowe naczynie z przykrywką z otworem,
- ciekły azot (w drugim naczyniu),
- kawałek ołowiu o masie  $(200 \pm 3)$  g i sznurek do jego mocowania,
- grzejnik elektryczny (oporniki) z przewodami,
- zasilacz prądu stałego (o znanym, regulowanym napięciu),
- miernik uniwersalny z przewodami,
- stoper,
- przezroczysta linijka z podziałką,
- termometr na zakres temperatur w pobliżu temperatury pokojowej (udostępniany przez asystenta) oraz dodatkowo
- papier milimetrowy,
- naczynie z wodą (do ogrzewania ochłodzonego ołowiu),
- lignina (do obsuszania ołowiu).

Opisz szczegółowo przebieg doświadczenia. Omów źródła błędów i oceń błąd<sup>1</sup> każdego z wyników.

Dane:

- temperatura wrzenia ciekłego azotu pod ciśnieniem atmosferycznym – 77 K,
- gęstość ciekłego azotu –  $0,81 \text{ kg/dm}^3$ .

---

<sup>1</sup>Błąd, tutaj rozumiany jest jako błąd pomiaru – określenie było stosowane w znaczeniu obecnej niepewności pomiaru.

Problematykę tą od 1993 r. reguluje *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, u nas w nauczaniu od 2018 r. *Rekomendacja Polskiego Towarzystwa Fizycznego dotycząca nauczania o opracowywaniu wyników pomiarów w szkołach* – [www.2022.ptf.net.pl/programy/edukacja/rekomendacja](http://www.2022.ptf.net.pl/programy/edukacja/rekomendacja) (przyp. red.).

**Uwaga:**

1. Z ciekłym azotem należy się obchodzić maksymalnie ostrożnie! Unikać rozpryskiwania go przy nalewaniu, jak również przy gwałtownym zanurzaniu w nim przedmiotów!  
Ciekły azot oraz przedmioty nim chłodzone w kontakcie z ciałem grożą „oparzeniem”! Szczególnie niebezpieczne jest polanie odzieży, np. swetra, ze względu na przesiąkanie ciekłego azotu!
2. W grzejniku może być wydzielana moc do 40 W, jeżeli grzejnik zanurzony jest w ciekłym azocie i do 4 W – w powietrzu. Wartości tych nie wolno przekraczać (grozi spalaniem oporników).
3. W sprawie uzupełniania zapasu ciekłego azotu, udostępniania termometru, a także ewentualnej zmiany wody w naczyniu należy zwracać się do opiekuna (asystenta).

## Rozwiązanie zadania D – XXXV OF, III stopień, część doświadczalna

### Wyznaczanie ciepła parowania ciekłego azotu

Ciepło parowania  $c_{pa}$  ciekłego azotu, który ma przez cały czas temperaturę wrzenia, wyznaczamy na podstawie pomiaru energii (ilości ciepła)  $E_a$ , powodującej wyparowanie masy  $m_a$  cieczy, jako

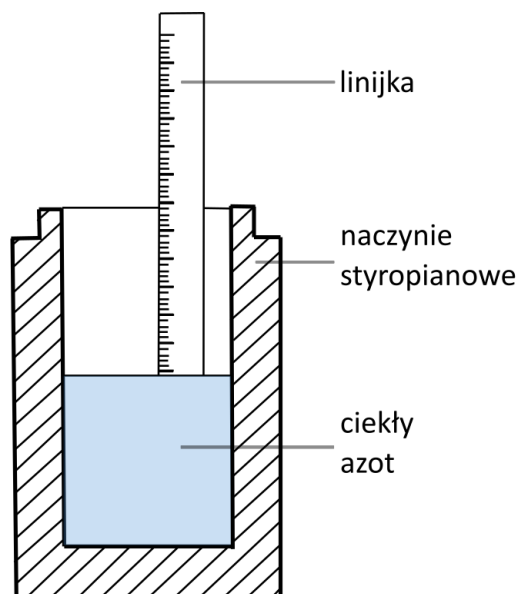
$$c_{pa} = \frac{E_a}{m_a}. \quad (1)$$

Wykorzystujemy w tym celu grzejnik elektryczny, zanurzony w ciekłym azocie nalanym do naczynia styropianowego. Masę  $m_a$  wyparowanego azotu określamy na podstawie zmian poziomu  $\Delta h$  ciekłego azotu:

$$m_a = \frac{\pi}{4} \rho d^2 \Delta h,$$

$\rho$  oznacza tu gęstość ciekłego azotu,  $d$  – średnicę wewnętrzną walcowego naczynia.

Ponieważ naczynie styropianowe nie zapewnia idealnej izolacji cieplnej, trzeba sprawdzić, czy dopływ ciepła z otoczenia jest znaczący i ewentualnie go uwzględnić. W tym celu badamy, jak się obniża poziom ciekłego azotu z upływem czasu w naczyniu bez grzejnika (lub z grzejnikiem wyłączonym). Położenie tego poziomu daje się najdokładniej określić względem górnej krawędzi naczynia, jak na rys. 1 (dzięki przezroczystości linijki można stosunkowo łatwo stwierdzić, kiedy jej krawędź dotyka powierzchni cieczy).

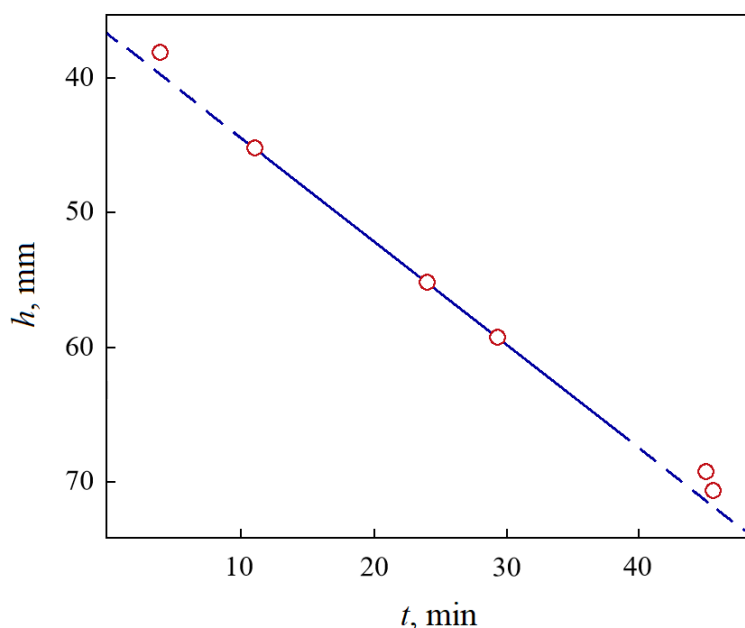


Rys. 1

Wyniki takich pomiarów są przedstawione na rys. 2. Widać z niego, że na skutek dopływu ciepła z otoczenia (przy nałożonej pokrywie styropianowej) poziom ciekłego azotu – w zakresie odległości 40–70 mm od górnej krawędzi naczynia – obniża się ze średnią szybkością  $w = 0,8$  mm/min. Odpowiada to w przybliżeniu stałej mocy dopływającej do parującego azotu z zewnątrz. Ten dopływ ciepła z otoczenia dodaje się do ciepła dostarczanego ciekłemu azotowi przez zanurzony w nim grzejnik lub ołowianą bryłkę. Ilość azotu, jaka wyparuje w czasie  $t_w$ , na skutek wymiany cieplnej z otoczeniem można obliczyć jak

$$m_{aw} = \frac{\pi}{4} \rho d^3 w t_w$$

i uwzględnić w dalszych rachunkach.



Rys. 2. Wykres zależności odległości  $h$  powierzchni ciekłego azotu od górnej krawędzi naczynia z upływem czasu  $t$  w naczyniu bez grzejnika lub z wyłączonym grzejnikiem<sup>2</sup>

Masę ciekłego azotu, który odparował pod wpływem badanego procesu, np. wydzielania ciepła w grzejniku, obliczamy jako różnicę masy odparowanej wskutek grzania i masy odparowanej „samoistnie”:

$$m'_a = m_a - m_{aw} = \frac{\pi}{4} \rho d^2 (\Delta h - wt_w). \quad (2)$$

Podstawiając to wyrażenie do wzoru (1) w miejsce  $m_a$ , otrzymujemy

$$c_{pa} = \frac{4E_a}{\pi \rho d^2 (\Delta h - wt_w)}. \quad (3)$$

Jeśli napięcie na grzejniku i natężenie prądu przezeń płynącego oznaczymy odpowiednio przez  $U$  oraz  $I$ , zaś czas przepuszczania prądu – przez  $t_p$ , będziemy mieli  $E_a = UIt_p$  i wzór (3) przyjmie postać

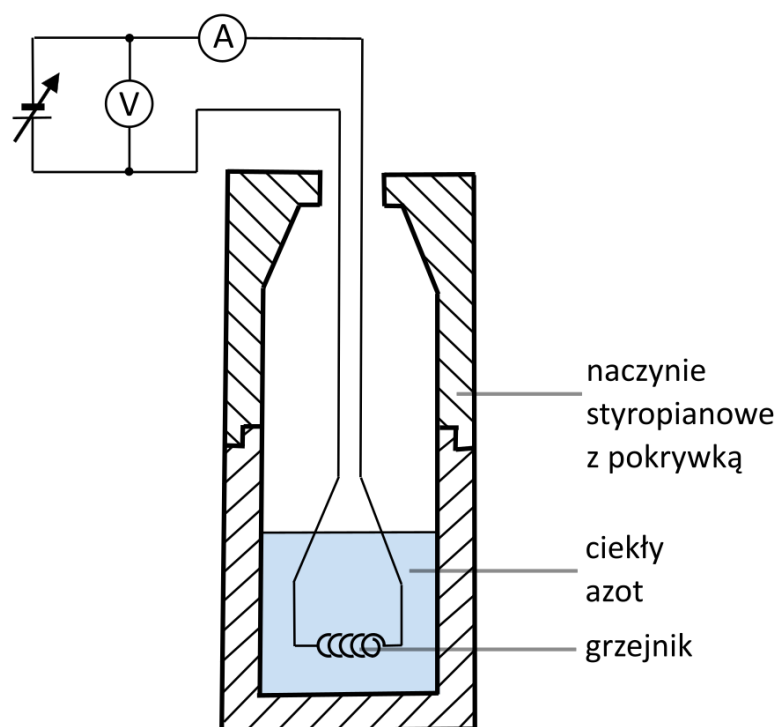
$$c_{pa} = \frac{4UIt_p}{\pi \rho d^2 (\Delta h - wt_w)}. \quad (4)$$

Podczas wykonywania doświadczenia celowe jest stosowanie możliwie dużej mocy wydzielanej w grzejniku, tak aby udział dopływu ciepła z otoczenia był stosunkowo mały (odpowiadał on mocy 3–7 W).

<sup>2</sup>Należy zwrócić uwagę, że na osi  $h$  wartości rosną w dół (odwrotnie niż dla typowego wykresu). Wykres podczas redakcji został pokolorowany (przyp. red.).

### Przebieg doświadczenia

Dobieramy wartość napięcia zasilającego tak, aby wydzielana w grzejniku moc była bliska wartości 40 W i nastawiamy odpowiednie zakresy pomiarowe woltomierza oraz amperomierza. Przewlekamy przewody grzejnika przez otwór w pokrywce i zanurzamy grzejnik w ciekłym azocie, jak na rys. 3; obwód elektryczny pozostaje rozarty. Po ochłodzeniu się grzejnika do temperatury ciekłego azotu (po ustaniu jego gwałtownego wrzenia) zdejmujemy pokrywę i mierzymy położenie poziomu cieczy notując czas, w którym pomiar został dokonany (uruchamiamy stoper). Następnie łączymy grzejnik z zasilaczem, odczytujemy napięcie  $U$  i natężenie prądu  $I$  grzejnika; po czasie  $t_p$  wyłączamy grzejnik. Mierzymy ponownie położenie poziomu cieczy i wyznaczamy czas  $t_w$ , jaki upłynął od poprzedniego pomiaru.



Rys. 3

Przykładowe wyniki pomiarów:

$$d = (58,0 \pm 0,5) \text{ mm},$$

$$U = (25,00 \pm 0,75) \text{ V},$$

$$I = (1,35 \pm 0,02) \text{ A},$$

$$t_p = (210 \pm 1) \text{ s} - \text{czas przepuszczania prądu przez grzejnik},$$

$$\Delta h = (64,0 \pm 0,5) \text{ mm} - (42,0 \pm 0,5) \text{ mm} = (22 \pm 1) \text{ mm},$$

$$t_w = (300 \pm 15) \text{ s} - \text{czas między pomiarami poziomu ciekłego azotu}.$$

Podane tu błędy<sup>3</sup> są błędami maksymalnymi, wynikającymi z dokładności użytych przyrządów pomiarowych lub zastosowanej metody pomiaru (np. błąd  $\Delta t_w$  wynika z dokładności określenia czasu między dwoma pomiarami poziomu ciekłego azotu).

<sup>3</sup> „Błąd maksymalny” – obecnie niepewność graniczna pomiaru wielkości mierzonej bezpośrednio, która jest utożsamiona z dokładnością pomiaru miernikami. Więcej w przypisie 1 (przyp. red.).

Obliczone ze wzoru (4) na podstawie powyższych wyników ciepło parowania azotu jest równe  $c_{pa} = 184$  kJ/kg. Maksymalny błąd tego wyniku, obliczona metodą różniczki zupełnej<sup>4</sup>, wynosi 28 kJ/kg (około 15 %). Wobec szacunkowego charakteru tego błędu można ostateczny wynik podać w zaokrągleniu:  $c_{pa} = (180 \pm 30)$  kJ/kg. Wartość tablicowa ciepła parowania azotu wynosi 199 kJ/kg, mieści się więc w granicach podanego błędu.

Dokładność uzyskanego wyniku można zwiększyć, powtarzając doświadczenie kilka razy. Można przy tym zmieniać czas grzania oraz moc grzejnika. Należy jednak unikać małych mocy (poniżej 10 W) oraz krótkich czasów grzania, którym odpowiadają małe wartości  $\Delta h$ .

Niektórzy zawodnicy powtarzali doświadczenie z różnymi wartościami mocy grzania, stosując jednak za każdym razem ten sam czas  $t_p \approx t_w$ . Wykreślając następnie zależność  $\Delta h(UI)$  mogli oni wyznaczyć moc dopływu ciepła z otoczenia i wyeliminować jego wpływ na wynik końcowy bez badania „naturalnego” parowania ciekłego azotu w naczyniu.

### Wyznaczanie ciepła właściwego ołowiu

W celu wyznaczenia ciepła właściwego ołowiu – wartości średniej dla przedziału temperatur 77–300 K – należy ochładzać ołów od temperatury pokojowej (ok. 300 K) do temperatury wrzenia azotu (77 K) lub też ogrzewać go od 77 K do 300 K w taki sposób, aby można było określić energię (ilość ciepła) przekazaną w tym procesie, tj. oddaną bądź pobraną przez ołów. Jeśli energię oddaną przez ołów o masie  $m_0$  podczas zmiany jego temperatury od  $T_1$  do  $T_2$  oznaczymy przez  $E_0$ , poszukiwane ciepło właściwe określi nam wzór

$$c_0 = \frac{E_0}{m_0(T_1 - T_2)}. \quad (5)$$

Energię  $E_0$  można wyznaczyć zanurzając (zawieszoną na sznurku) bryłkę ołowiu o temperaturze pokojowej w ciekłym azocie – aż się ochłodzi do temperatury 77 K (objawia się to ustaniem burzenia się cieczy). Wyjmujemy ją następnie i mierzymy obniżenie się poziomu  $\Delta h_0$  ciekłego azotu, podobnie jak przy wyznaczaniu ciepła parowania. Możemy zastosować wzór analogiczny do wzoru (3), zawierający  $\Delta h_0$  w miejscu  $h_0$  oraz  $t_{w0}$  zamiast  $t_w$ . Otrzymujemy stąd

$$E_0 = c_{pa} \frac{\pi}{4} \rho d^2 (\Delta h_0 - wt_{w0}).$$

Po skorzystaniu z wzorów (4) i (5) uzyskujemy wzór na ciepło właściwe ołowiu

$$c_0 = \frac{UI t_p (\Delta h_0 - wt_{w0})}{m_0 (T_1 - T_2) (\Delta h - wt_w)}, \quad (6)$$

w którym zostały wyeliminowane czynniki  $\rho$  oraz  $d$ , a więc także związane z nimi błędy pomiarowe.

### Przebieg doświadczenia

Mierzmy położenie poziomu ciekłego azotu włączając w tym momencie stoper. Następnie ostrożnie zanurzamy bryłkę ołowiu zawieszoną na sznurku, jak na rys. 4, po ustaniu gwałtownego wrzenia ciekłego azotu, co świadczy o ochłodzeniu się ołowiu do temperatury 77 K, wyjmujemy bryłkę i ponownie wyznaczamy położenie poziomu cieczy odczytując czas, jaki upłynął od poprzedniego pomiaru.

<sup>4</sup>Dla pomiaru wielkości złożonej, mierzonej pośrednio, korzystamy z prawa przenoszenia niepewności. Stosowana wówczas metoda różniczki zupełnej (suma wartości bezwzględnych różniczek cząstkowych, w których różniczki zmiennych wejściowych są zastąpione przez wartości ich błędów maksymalnych), obecnie nie jest dopuszczona, zob. źródła przypisu 1 (przyp. red.).

Przed każdym zanurzeniem w ciekłym azocie ołów powinien mieć temperaturę pokojową. Wyjęty z ciekłego azotu ołów najszybciej doprowadzamy do odpowiedniej temperatury przez zanurzenie go w zlewce z wodą. Temperaturę wody mierzymy termometrem, a przed powtórzeniem doświadczenia bryłkę ołowiu obsuszamy lignią.

Przykładowe wyniki pomiarów (z zaznaczonymi błędami maksymalnymi):

$$\Delta h_0 = (58,0 \pm 0,5) \text{ mm} - (43,0 \pm 0,5) \text{ mm} = (13 \pm 1) \text{ mm},$$

$$t_{w0} = (150 \pm 1) \text{ s} - \text{czas między pomiarami poziomu ciekłego azotu przed zanurzeniem ołowiu i po jego wyjęciu},$$

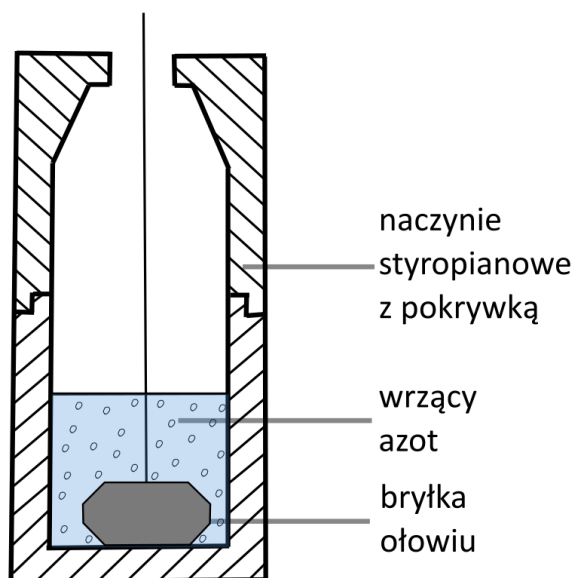
$$T_1 = (291 \pm 1) \text{ K} - \text{temperatura początkowa ołowiu, równa temperaturze powietrza lub też wody, w której był zanurzony po poprzednim ochłodzeniu}.$$

Pozostałe dane bierzemy z pierwszej części zadania lub z jego treści:

$$T_2 = 77 \text{ K},$$

$$\rho = 0,81 \text{ kg/dm}^3,$$

$$m_0 = (200 \pm 3) \text{ g}.$$



Rys. 4

Obliczona ze wzoru (6) na podstawie wyników pomiarowych obu części zadania wartość ciepła właściwego ołowiu wynosi

$$(120 \pm 30) \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}};$$

podany tu błąd maksymalny obliczono metodą różniczeki zupełnej<sup>5</sup>.

Decydujące dla dokładności wyniku znaczenie ma tutaj – podobnie jak i w poprzednim przypadku – błąd pomiarowy różnicy poziomów ciekłego azotu. Powtarzając pomiar parokrotnie można ten błąd nieco zmniejszyć, większe jednak znaczenie od statystyki pomiarów ma w tym przypadku ich prawidłowe i staranne wykonanie; stąd obliczanie przez niektórych zawodników odchylenia standardowego nie miało większego sensu.

Średnia wartość ciepła właściwego ołowiu dla przedziału temperatur 77–300 K, obliczona na podstawie danych tablicowych ciepła właściwego w funkcji temperatury wynosi 124 J/(kg · K). Uzyskany wynik, mimo 25 % błędu, jest bardzo zbliżony do tej wartości. Najwidoczniej nastąpiło tu skompensowanie się błędów pomiarowych działających w przeciwne strony.

<sup>5</sup>Zob. przypis poprzedni (przyp. red.).

Wychodząc nieco poza ramy zadania obliczymy na podstawie uzyskanego wyniku molowe ciepło właściwe ołowiu. Wynosi ono

$$25 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}},$$

co jest równe  $3R$  ( $R$  – stała gazowa). Potwierdza się zatem w tym przypadku prawo Dulonga-Petita.

### Omówienie prac uczestników

Zadanie było proste od strony „ideowej” i pod tym względem nie nastroczało uczniom trudności. Wymagało natomiast umiejętności krytycznej analizy różnych czynników, odgrywających istotną rolę w doświadczeniu – jak np. dopływ ciepła z otoczenia, o którym wspomniała zaledwie połowa finalistów, a zbadała doświadczalnie i uwzględniła jeszcze mniejsza ich część.

Również wykonanie doświadczenia nastroczało rozmaite problemy natury technicznej. Szczególnie istotne pomiary poziomu ciekłego azotu (większość zawodników wkładała linijkę aż do dna i miała trudności z odczytem poziomu), również odpowiedni dobór ilości ciekłego azotu w naczyniu i sposób zanurzania w nim ołowiu, tak aby nie następowało z jednej strony rozpryskiwanie się ciekłego azotu, z drugiej zaś – znaczące chłodzenie ołowiu przez zimny azot gazowy.

O stopniu trudności prostego w zasadzie zadania świadczy fakt, że zaledwie połowa prac prezentuje sensowne wyniki.

Należy wspomnieć, że wielu zawodników do wyznaczania ciepła właściwego ołowiu zastosowało typową – znaną ze szkoły – metodę, polegającą na zanurzeniu uprzednio ochłodzonego w ciekły azocie ołowiu w wodzie i pomiarze zmiany jej temperatury. Pomimo, iż będące w dyspozycji termometry nie były zbyt dokładne (większość miała działkę elementarną 1 K), metoda ta przy dobrym wykonaniu doświadczenia (m.in. zastosowaniu naczynia styropianowego jako kalorymetru) dawała wyniki nie gorsze od metody opisanej wyżej. Wśród rozwiązań znajduje się kilka wariantów tej metody. W jednym z nich po wyjęciu ołowiu podgrzewano wodę do temperatury początkowej za pomocą grzejnika elektrycznego, dzięki czemu niepotrzebna stała się znajomość masy użytej wody oraz jej ciepła właściwego.

Przy okazji omawianego zadania warto poruszyć jeszcze dwie sprawy, by uczulić na nie nauczycieli.

Pierwsza z nich to wielokrotnie już tu poruszany podczas prezentacji zadań olimpijskich problem liczby podawanych cyfr wyniku. W związku z rozpowszechnieniem się kalkulatorów coraz częściej pojawiają się w pracach uczniowskich wyniki jak ten – podany przez jednego z zawodników:

$$c_{\text{pa}} = (195\,096,96 \pm 47\,968,07) \text{ J/kg},$$

a przecież mnożenie cyfr nieznaczących jest bezsensowne. Nauczyciele powinni na to zwracać uwagę, nie tylko w zadaniach doświadczalnych, ale i teoretycznych.

Druga sprawa to niepokojąca wśród uczniów popularność określenia „praca prądu elektrycznego płynącego przez grzejnik”, które można było spotkać w sporej liczbie prac. Zachodzi tu przecież przekaz energii (do ośrodka, w którym znajduje się grzejnik) w procesie cieplnym, podczas gdy praca wiąże się z przekazem energii w procesie mechanicznym. Używane przez uczniów sformułowanie świadczy o tym, że w naszym nauczaniu szkolnym ciągle jeszcze pokutuje przestarzałe pojęcie pracy.