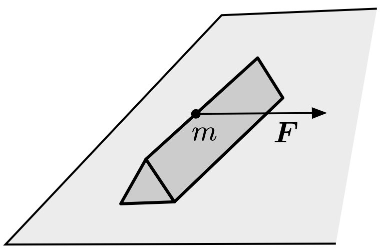
XXXVII OLIMPIADA FIZYCZNA
(1987/1988)
ZAWODY III STOPNIA
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T3

Nazwa – Ruch graniastosłupa po poziomej płaszczyźnie pod działaniem stałej siły.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Waldemar Gorzkowski[1], Andrzej Kotlicki[2]: *Fizyka w Szkole* nr 5, 1988, s. 277–285
– Włodzimierz Ungier[3], Mirosław Hamera[4]: *Wybrane zadania z 43 Olimpiad Fizycznych*, MAGIPPA, Warszawa 1994, zad. 13, s. 9, 53–54
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Na poziomej, płaskiej powierzchni położono jednorodny graniastosłup o masie m i podstawie w kształcie trójkąta równobocznego – rysunek 1. Współczynnik tarcia graniastosłupa o rozważaną powierzchnię wynosi f. Do górnej krawędzi graniastosłupa przyłożono poziomą stałą się F, prostopadłą do tej krawędzi i przechodzącą przez jej środek.



Rys. 1

Jakie warunki muszą być spełnione, aby żadna z krawędzi nie oderwała się od podłoża?

[1] Dr Waldemar Gorzkowski był wieloletnim sekretarzem naukowym ds. zadań w KGOF (XIX–XXXVII OF, z przerwą od połowy XXX OF końca XXXI OF), bardzo zasłużony dla naszej olimpiady fizycznej jak i międzynarodowej gdzie, od 1983 r., pełnił funkcję Sekretarza Generalnego, później przemianowaną na funkcję prezesa, którą sprawował do śmierci w 2007 r. (www.kgof.edu.pl/50MOF/historia.php); prowadził również międzynarodowy konkurs prac uczniowskich *First Step to Nobel Prize in Physics*. Za osiągnięcia został uhonorowany *Nagrodą Polskiego Towarzystwa Fizycznego im. Krzysztofa Ernsta za Popularyzację Fizyki.* (przyp. red.)

[2] Andrzej Kotlicki (wówczas dr) był kierownikiem organizacyjnym w KGOF, od XXV OF do XXXVII OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF i ww. książek z zadaniami. W latach 1984–1999 był sekretarzem Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej. (Od 1991 r. – prof. University of BritishColumbia.) (przyp. red.)

[3] Włodzimierz Ungier (wówczas dr) był sekretarzem naukowym ds. zadań teoretycznych w KGOF od XL OF do XLXIX OF, w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF i ww. książki z zadaniami z OF (laureat XIV OF) (przyp. red.).

[4] Dr Mirosław Hamera pełnił funkcję zastępcy Kierownika Organizacyjnego Olimpiady Fizycznej w XXXVIII i XXXIX OF a w XL OF był kierownikiem, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* o przebiegu i wynikach OF; współautor ww. książki z zadaniami z OF (przyp. red.).

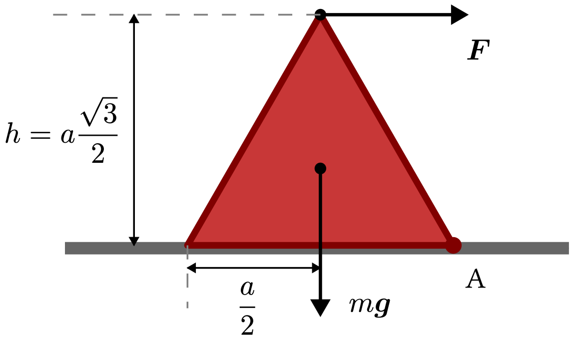
Rozwiązanie zadania T3 – XXXVII OF, III stopień, część teoretyczna

Należy rozważać dwa przypadki.

Przypadek A

Gdy wartość siły $\boldsymbol{F}$ nie jest większa od siły tarcia kinetycznego $T = fmg$ $(F \leqslant fmg)$, to przemieszczenie klocka (graniastosłupa) równolegle do powierzchni jest niemożliwe. Możliwy jest jego obrót jedynie wokól osi A (rys. 2), o ile tylko moment siły $\boldsymbol{F}$ względem tej osi jest większy od momentu siły ciężkości. Aby więc taki obrót nie mógł nastąpić, musi być spełniona nierówność $Fh \leqslant mg(a/2)$, gdzie $h = a\sqrt{3}/2$ jest wysokośćią podstawy graniastosłupa. W rozważanym przypadku warunkiem nieobracania się graniastosłupa jest

$$F \leqslant \frac{mg}{\sqrt{3}} \quad (\text{gdy } F \leqslant fmg). \tag{1}$$



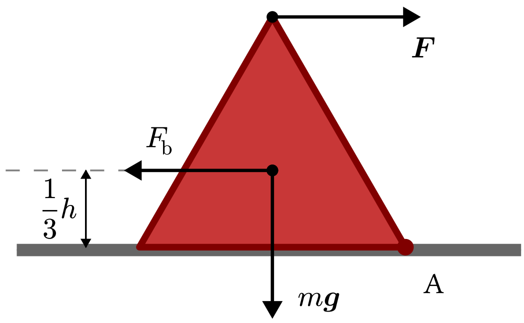
Rys. 2 ([5])

Przypadek B

Jeżeli $F > fmg$ to graniastosłup będzie poruszał się. z przyspieszeniem $a = (F - fmg)/m$. W układzie związanym z poruszającym się graniastosłupem działa siła bezwładności o wartości

$$F_{\mathrm{b}} = F - fmg$$

zwrócona na rys. 3 w lewo.



Rys. 3 ([5])

Warunkiem nieobracania się graniastosłupa jest teraz następująca nierówność momentów sił F_{b}, F i mg:

$$Fh \leqslant mg\frac{a}{2} + F_{\mathrm{b}}\frac{h}{3}.$$

[5] Rys. zostały na nowo wykonane i uzupełnione przy opracowaniu zad. do bazy zadań w KGOF (przyp. red.).

Skorzystano tu z faktu, że środek masy jednorodnego trójkąta leży w odległości $h/3$ od podłoża (h – wysokość trójkąta). Stąd po prostych przekształceniach otrzymujemy

$$F \leqslant \frac{1}{2}mg(\sqrt{3} - f) \quad \text{(gdy } F > fmg\text{)}. \tag{2}$$

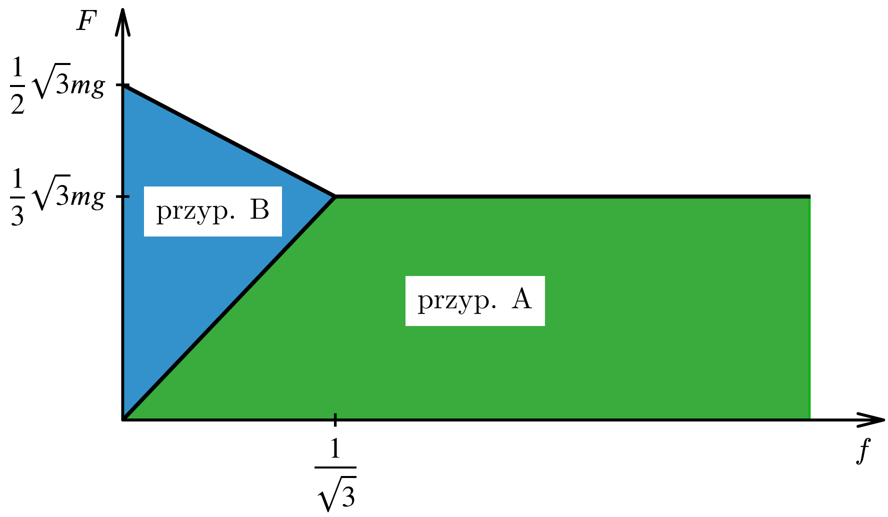
W rozważanym przypadku mamy więc

$$fmg < F \leqslant \frac{1}{2}mg(\sqrt{3} - f). \tag{3}$$

Górna granica na F musi być większa niż dolna. Sprawdzając to dostajemy

$$f < \frac{1}{\sqrt{3}}. \tag{4}$$

Wyniki można przedstawić graficznie posługując się współrzędnymi prostokątnymi i odkładając na osiach f i F – rys. 4.



Rys. 4 ([6])

[6] Zob. przyp. 5

Punktacja

1. Zauważenie 2 przypadków . . . . . . 1 pkt.

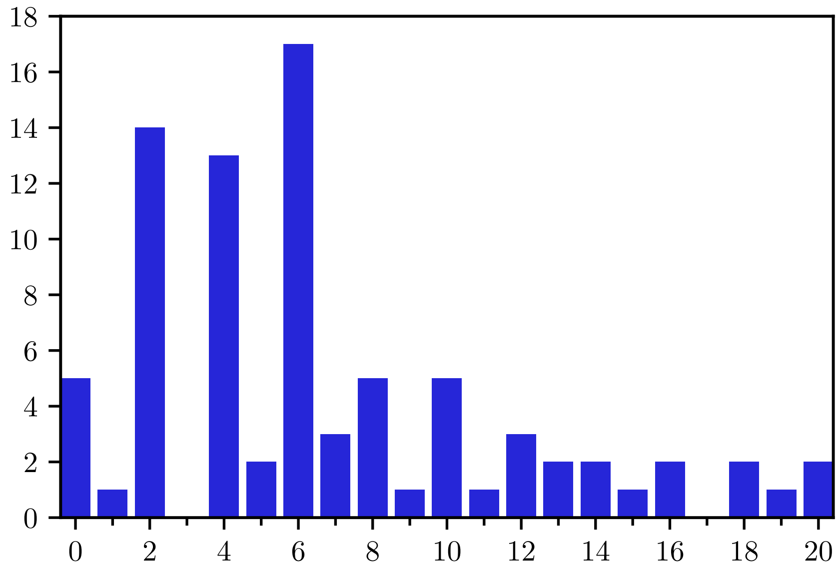
Przypadek A

2. $F \leqslant T_{\max} = fmg$ . . . . . . 1 pkt.
3. $F \leqslant mg/\sqrt{3}$ . . . . . . 1 pkt.
4. Analiza (1) ze względu na f . . . . . . 2 pkt.

Przypadek B

5. Siła bezwładności . . . . . . 1 pkt.
6. Warunek na F (2) . . . . . . 1 pkt.
7. Podwójna nierówność (3) . . . . . . 1 pkt.
8. Warunek (4) . . . . . . 1 pkt.
9. Czytelne przedstawienie wszystkich wyników . . . . . . 1 pkt.

Komentarz
Zadanie to, chociaż nietrudne, wypadło dość słabo (histogram wyników przedstawiono na rysunku 5). Podstawowymi błędami były:
– niezauważenie 2 przypadków
– zakładanie, że siła tarcia zawsze jest równa fmg niezależnie od siły przyłożonej z zewnątrz
– brak analizy nierówności (1) lub błędy logiczne w tej analizie (np. część zawodników przyjmowała, że z (1) wynika, że zawsze $F \leqslant mg/\sqrt{3}$ niezależnie od f)
– błędy rachunkowe
– błędna synteza wyników uzyskanych w różnych przypadkach i nieczytelne (a nawet błędne) zestawienia poprawnych wyników uzyskanych wcześniej.



Rys. 5 ([7]). Histogram wyników uzyskanych w zadaniu

[7] Zob. przyp. 5