# XL OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I
## Zadanie teoretyczne.

### ZADANIE T4

*Nazwa zadania:* „Zadanie o antyprotonach"

Cząstki o masie równej masie protonu $m_p$, ale o przeciwnym ładunku zwane są antyprotonami $\bar{p}$. Swobodne antyprotony można otrzymywać podczas zderzeń protonów z protonami zgodnie z reakcją

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}.$$

Reakcję tę można zrealizować poprzez bombardowanie spoczywających, praktycznie swobodnych protonów (np. jąder wodoru zawartych w materiale tarczy) wysokoenergetyczną wiązką protonów z akceleratora. Wyznacz maksymalną energię całkowitą i maksymalną prędkość powstających antyprotonów wiedząc, że energia całkowita każdego z protonów w wiązce bombardującej tarczę wynosi $E = 8E_0$.

Dane liczbowe: $E_0 = m_p c^2 = 938$ MeV (energia spoczynkowa protonu), $c = 3{\cdot}10^8\,ms^{-1}$ (prędkość światła w próżni), 1 eV=$1{,}6{\cdot}10^{-19}$ J, 1 MeV=$10^6$ eV.

*Wskazówka:* Energia antyprotonu jest największa, gdy wszystkie powstałe w wyniku zderzenia cząstki poruszają się w tym samym kierunku co wiązka padająca i gdy trzy protony biegną razem (tzn. spoczywają względem siebie) a antyproton biegnie osobno.

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Energia układu dwóch protonów przed zderzeniem wynosi $E + mc^2$, gdzie $E = 8E_0$ jest energią całkowitą nadlatującego protonu, zaś $mc^2 = E_0$ ( w dalszym ciągu przyjmujemy jedno oznaczenie dla mas $m = m_p = m_{\bar{p}}$ ) jest energią spoczywającego protonu (energię wzajemnego oddziaływania protonów znajdujących się w dużej odległości od siebie możemy zaniedbać).

Niech po zderzeniu protonów energia powstałego antyprotonu wynosi $E_a$ zaś energia trzech protonów poruszających się razem

$$3\left(m^2c^4 + p^2c^2\right)^{1/2} = \left[(3m)^2c^4 + p_3^2c^2\right]^{1/2},$$

gdzie $p_3 = 3p$ jest całkowitym pędem trzech protonów poruszających się w kierunku zgodnym z ruchem nadlatującego protonu. Z zasady zachowania energii wynika równanie

$$E + mc^2 = E_a + \left[(3m)^2c^4 + p_3^2c^2\right]^{1/2}. \tag{1}$$

Zaniedbujemy energię wzajemnego oddziaływania cząstek powstałych w reakcji, gdyż antyproton oddala się od protonów (wynika to z rozwiązania zadania), a jego energia ma największą wartość wtedy, gdy dodatnia energia potencjalna oddziaływania wzajemnego trzech protonów jest w porównaniu z $mc^2$ zaniedbywalnie mała, co odpowiada dostatecznie dużej odległości wzajemnej protonów.

Korzystając z zasady zachowania pędu otrzymujemy równanie:

$$\left(E^2 - m^2c^4\right)^{1/2} = \left(E_a^2 - m^2c^4\right)^{1/2} + p_3 c. \qquad (2)$$

Niechaj dalej $E_a = \gamma mc^2$, gdzie $\gamma$ oznacza $\gamma=(1-v^2/c^2)^{-1/2}$, a $v$ jest wartością prędkości antyprotonu. Dzieląc strony równań (1) i (2) przez $E_0 = mc^2$ otrzymujemy

$$8+1 = \gamma + \left[9 + \left(p_3/mc\right)^2\right]^{1/2} \qquad (1')$$

$$\sqrt{63} = \left(\gamma^2 - 1\right)^{1/2} + p_3/mc. \qquad (2')$$

Porównanie $p_3^2$ wyznaczonych z równań (1') i (2') prowadzi do równania

$$9\gamma^2 - 45\gamma + 44 = 0$$

Z dwóch rozwiązań równania (3), $\gamma_\pm = 5/2 \pm 7/6$, wybieramy $\gamma_+ = 11/3$, co odpowiada największej energii powstających antyprotonów

$$E_a = \gamma_+ mc^2 = (11/3)E_0. \qquad (4)$$

**Punktacja.**

W dostępnym źródle brak propozycji punktacji.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” maj-czerwiec 1991

Komitet Okregowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl