



# XLI OLIMPIADA FIZYCZNA

## ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

### CZĘŚĆ TEORETYCZNA

<b>Nazwa zadania</b>	Prędkość kątowna ebonitowego pierścienia
<b>Rok</b>	1991/1992
<b>Źródło</b>	50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002 T.M. Molenda, IF US, <a href="http://www.OF.szc.pl">www.OF.szc.pl</a> .

---

#### Zadanie T3-A - XLI OF, I stopień.

Moc z jaką pracuje silnik samochodu jadącego w danej chwili z prędkością  $v$  zależy od warunków jazdy, ale nie może przekroczyć pewnej wartości maksymalnej, zależnej od  $v$ . Przyjmijmy, że ta zależność ma postać  $P_{\max}^{(A)}(v) = \alpha v$  dla samochodu A i  $P_{\max}^{(B)}(v) = \beta v$  dla samochodu B. Przyjmijmy również, że siły oporów ruchu samochodów (zależne przede wszystkim od kształtu ich karoserii) są proporcjonalne do kwadratów prędkości samochodów. Przyjmując, że prędkość maksymalna,  $v_A$ , jaką rozwija samochód A, jest większa od maksymalnej prędkości  $v_B$  samochodu B oblicz, jaka jest maksymalna prędkość ciągnięcia samochodu B przez samochód A, oraz jakie jest napięcie liny holowniczej w przypadkach, gdy

1. silnik samochodu B nie pracuje (samochód toczy się na luzie)
2. silnik samochodu B pracuje z maksymalną dla rozwijanej prędkości mocą.

**Uwaga!** Holowanie odbywa się na dostatecznie długiej linii tak, że wpływ samochodu A na opory ruchu samochodu B można zaniedbać. Zależności  $P_{\max}^{(A)}(v) = \alpha v$  i  $P_{\max}^{(B)}(v) = \beta v$  obowiązują również dla prędkości  $v$  większych od  $v_A$  i  $v_B$ .

**Rozwiązanie zadania T3 - XLVII OF, II stopień.**

Jeżeli przez  $F(v)$  oznaczymy siłę oporów ruchu samochodu jadącego ze stałą prędkością  $v$ , to moc, z jaką pracuje jego silnik, wyraża się wzorem  $P = F(v)v$ . Niech dla pojazdu A  $F(v) = \sigma_A v^2$ , zaś dla pojazdu B  $F(v) = \sigma_B v^2$ . W przypadku maksymalnych prędkości samochodów mamy

$$\sigma_A v_A^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_A)}{v_A} = \alpha \quad , \quad \sigma_B v_B^2 = \frac{P_{\max}^{(B)}(v_B)}{v_B} = \beta . \quad (1)$$

Odpowiedź na pytanie 1 otrzymamy rozwiązując równanie

$$\sigma_A v_1^2 + \sigma_B v_1^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_1)}{v_1} = \alpha \quad (2)$$

z którego wynika, że prędkość holowania jest równa

$$v_1 = \sqrt{\frac{\alpha}{\sigma_A + \sigma_B}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha/v_A^2 + \beta/v_B^2}} . \quad (3)$$

Siła napięcia liny holowniczej równoważy siłę oporów ruchu pojazdu B,  $T_1 = \sigma_B v_1^2$  i jest równa

$$T_1 = \frac{\alpha\beta}{\alpha(v_B/v_A)^2 + \beta} . \quad (4)$$

W przypadku 2, gdy silniki obu pojazdów pracują z maksymalną mocą, mamy

$$\sigma_A v_2^2 + \sigma_B v_2^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_2)}{v_2} + \frac{P_{\max}^{(B)}(v_2)}{v_2} = \alpha + \beta , \quad (5)$$

skąd wyznaczamy prędkość samochodów

$$v_2 = \sqrt{\frac{\alpha + \beta}{\sigma_A + \sigma_B}} = \sqrt{\frac{\alpha + \beta}{\alpha/v_A^2 + \beta/v_B^2}} . \quad (6)$$

Wartość siły napięcia liny holowniczej  $T_2$  otrzymujemy rozwiązując dowolne z dwóch następujących równań,  $\sigma_B v_2^2 = P_{\max}^{(B)}(v_2)/v_2 + T_2$  lub  $\sigma_A v_2^2 = P_{\max}^{(A)}(v_2)/v_2 - T_2$ :

$$T_2 = \frac{\alpha\beta - (v_B/v_A)^2}{\alpha(v_B/v_A)^2 + \beta} . \quad (7)$$