# XLI OLIMPIADA FIZYCZNA
## ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA
### CZĘŚĆ TEORETYCZNA

| | |
|---|---|
| **Nazwa zadania** | Trudna przeprawa |
| **Rok** | 1991/1992 |
| **Źródło** | 50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami<br>pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002<br>T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl. |

---

**Zadanie T5 - XLI OF, stopień pierwszy.**

W jednorodnym polu grawitacyjnym, nad nieskończoną, poziomą, idealnie przewodzącą płaszczyzną zawieszono na nieważkiej, nieprzewodzącej nici elektrycznie naładowaną, małą kulkę. Kulkę wychylono z położenia równowagi tak, że kąt jaki tworzyła nić z pionem (przyspieszenie grawitacyjne $g$ jest skierowane pionowo w dół) wynosił $\alpha = 60°$. Kulka puszczona z prędkością początkową równą zero uzyskała w najniższym położeniu $\sqrt{2}$ razy większą prędkość od tej, którą uzyskałaby w nieobecności płaszczyzny przewodzącej. Jaką wartość miał ładunek kulki, jeżeli jej masa wynosiła $m$, długość nici była równa $l$, a wychylona kulka o kąt $\alpha$ znajdowała się w odległości $h = l$ od płaszczyzny przewodzącej?

**Rozwiązanie zadania T5 - XLI OF, I stopień.**

Niech oś $X$ (rys.1) będzie skierowana pionowo do góry. Wartość wypadkowej sił — grawitacyjnej i elektrostatycznej — działających na kulkę na wysokości $x$ nad płytą przewodzącą, wynosi

$$F(x) = -\left(mg + \frac{q^2}{(2x)^2}\right) \ , \tag{1}$$

gdzie człon $\frac{q^2}{2x^2}$ odpowiada sile oddziaływania płaszczyzny przewodzącej z ładunkiem $q$. Wartość tej siły otrzymujemy korzystając z metody obrazów. Potencjałem siły $F$ jest

$$E_{\mathrm{P}}(h) = -\int_{h_0}^{h} F(x)\mathrm{d}x = mgh - mgh_0 - \frac{q^2}{4h} + \frac{q^2}{4h_0} \ , \tag{2}$$

gdzie przyjęliśmy $E_{\mathrm{P}}(h_0) = 0$. Korzystając z zasady zachowania energii $E_{\mathrm{P}} + \frac{mv^2}{2} = \mathrm{const}$ otrzymujemy równanie

$$mgl - \frac{q^2}{4l} = mgl\cos\alpha - \frac{q^2}{4l\cos\alpha} + \frac{mv^2}{2} \ , \tag{3}$$

z którego wynika

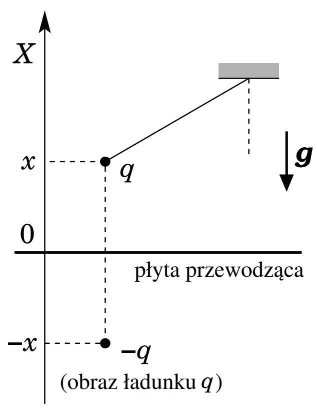
$$v^2 = (1-\cos\alpha)\left(2gl + \frac{q^2}{2lm\cos\alpha}\right) \ . \tag{4}$$

W nieobecności płaszczyzny przewodzącej otrzymalibyśmy

$$v'^2 = 2gl(1-\cos\alpha) \ . \tag{5}$$

Wykorzystując zależność $\frac{v}{v'} = \sqrt{2}$ i obliczając stosunek $\frac{v}{v'}$ przez podzielenie stronami równań (4) i (5) otrzymujemy ostatecznie

$$q = \pm l\sqrt{4mg\cos\alpha} = \pm l\sqrt{2mg} \ . \tag{6}$$




rys. 1