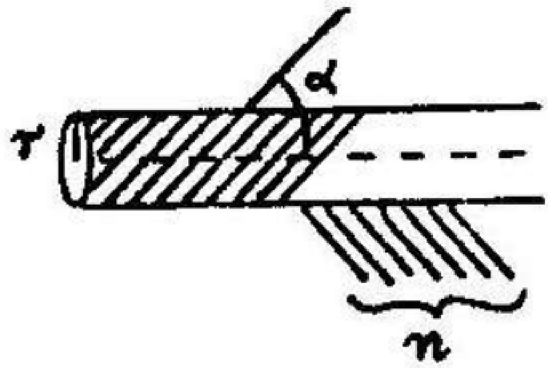
XLI OLIMPIADA FIZYCZNA
ZADANIA ZAWODÓW STOPNIA WSTĘPNEGO
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Nazwa zadania Przewody nawinięte na rurkę
Rok 1991/1992
Źródło 50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami
pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002
T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Zadanie 3C - XLI OF, stopień wstępny.

Na długą, prostą tekturową rurkę o promieniu r nawinięto gęsto, jeden obok drugiego n cienkich przewodów pod kątem α do osi rurki (rys.1). Jaki jest kierunek i wartość indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wewnątrz rurki, a jaki na zewnątrz niej, jeżeli w każdym z przewodów płynie prąd o tym samym natężeniu I?



Rys. 1

Rozwiązanie zadania 3C - XLI OF, stopień wstępny.

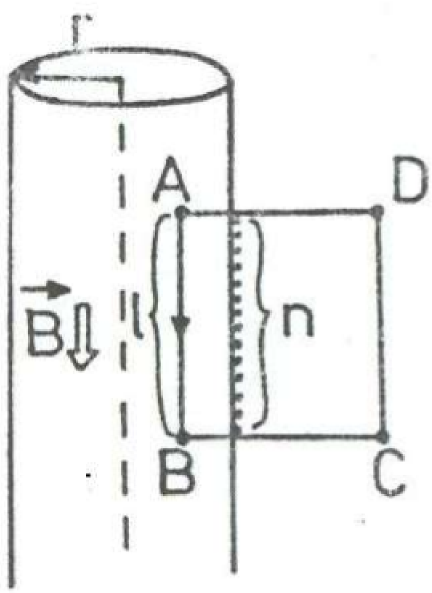
Korzystając z liniowości równań wiążących pole $\vec{B}$ z prądami elektrycznymi możemy rozłożyć prądy płynące w przewodach na składowe równoległe $I_{\parallel} = I\cos\alpha$ i prostopadłe do osi rurki $I_{\perp} = I\sin\alpha$, a następnie zsumować pola magnetyczne indukowane przez te składowe. Składowa $I_{\parallel}$ indukuje pole, którego linie sił są okręgami. Sumowanie natężeń pól pochodzących od składowych $I_{\parallel}$ wszystkich przewodów, ze względu na symetrię układu, daje w wyniku pole $\vec{B}$ na zewnątrz rurki, którego linie sił są okręgami o środkach leżących na osi symetrii rurki. Obliczając krążenie wektora $\vec{B}$ po okręgu o promieniu $R > r$ otrzymujemy na zewnątrz rurki warunek

$$2\pi R B_{\mathrm{z}} = \mu_0 n I_{\parallel} \tag{1}$$

skąd wynika

$$B_{\mathrm{z}} = \mu_0 \frac{nI\cos\alpha}{2\pi R} \ . \tag{2}$$

Wewnątrz rurki krążenie $\vec{B}$ po okręgu o promieniu $R < r$ jest równe zero, zatem $\vec{B}$ wewnątrz rurki indukowane przez składowe $I_{\parallel}$ jest równe zero. Składowe prostopadłe $I_{\perp}$ indukują pole magnetyczne takie, jak w przypadku solenoidu, tzn. $\vec{B} = 0$ na zewnątrz rurki oraz pole $\vec{B}$ równolegle skierowane do osi symetrii wewnątrz rurki. Pole $\vec{B}$ wewnątrz rurki jest jednorodne, co można wykazać obliczając krążenie wektora $\vec{B}$ po konturze ABCD (rys.2).



Rys. 2

Niech długość odcinka AB wynosi

$$l = 2\pi r \operatorname{ctg}\alpha \ , \tag{3}$$

wtedy na długość l przypada n przewodów. Krążenie $\vec{B}$ po konturze ABCD wynosi

$$B_{\mathrm{w}} l = \mu_0 n I \ , \tag{4}$$

skąd wynika

$$B_{\mathrm{w}} = \mu_0 \frac{nI\operatorname{tg}\alpha}{2\pi r} \ . \tag{5}$$

Ponieważ prawa strona wzoru (5) nie zależy od odległości odcinka AB konturu od osi symetrii rurki, pole $\vec{B}$ ($|\vec{B}| = B_{\mathrm{w}}$) wewnątrz rurki jest jednorodne.