XLII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III
Zadanie teoretyczne

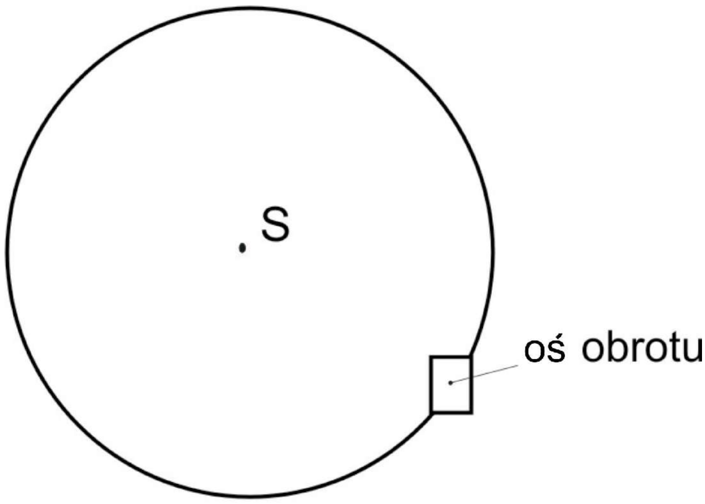
ZADANIE T3

Nazwa zadania: „Ciało doskonale czarne"

W przestrzeni kosmicznej w dużej odległości od Słońca, znajduje się ciało doskonale czarne i doskonale przewodzące ciepło. Ciało to, w kształcie sześcianu o krawędzi *a* = 10 cm, krąży wokół Słońca po orbicie kołowej. Gdyby ciało to miało kształt kuli, jego temperatura równowagowa byłaby równa T_0 = 300 K.

1) Jaka może być największa i najmniejsza temperatura równowagowa tego ciała?

2) Jaka jest średnia moc promieniowania tego ciała, jeżeli obraca się ono jednostajnie wokół osi zaznaczonej na ryc. 5 (prostopadłej do płaszczyzny orbity i przechodzącej przez środki przeciwległych ścian) tak, że co pewien czas jest zwrócone do Słońca inną ścianą?



Ryc. 5

3) jaką temperaturę musiałoby mieć rozważane ciało, aby umieszczone z dala od innych ciał promieniowało z mocą obliczoną w poprzednim punkcie?

Stała Stefana – Boltzmanna wynosi $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Możemy przyjąć, że w dużej odległości od Słońca promienie oświetlające ciało są wzajemnie równoległe. Oznaczmy przez R_0 [W/m] przechodzący przez jednostkową powierzchnię strumień energii promieniowania padającego na ciało. Niech S_0 oznacza całkowite pole powierzchni ciała, zaś *S* pole powierzchni rzutu prostopadłego (na płaszczyznę prostopadłą do kierunku padania promieni) oświetlonej części ciała. Ponieważ w równowadze energia wypromieniowana przez ciało, w jednostce czasu, jest równa energii pochłanianej, zgodnie z prawem Stefana – Boltzmanna mamy

$$S_0 \sigma T^4 = S R_0 \qquad (1)$$

(przyjęliśmy, że jedynie promieniowanie Słońca ma wpływ na temperaturę ciała). Dla sześcianu mamy $S_0 = 6a^2$, zaś dla kuli $S_0' = 4\pi r^2$. Pole powierzchni rzutu *S* zależy od orientacji sześcianu względem kierunku padającego promieniowania, zaś w przypadku kuli, *S'* zawsze jest równe $S' = \pi r^2$. Podstawiając do równania (1) wartości S_0' i S' odnoszące się do kuli, otrzymujemy dla R_0 wartość

$$R_0 = 4\sigma T_0^4 \qquad (2)$$

1) Najmniejsza powierzchnia rzutu sześcianu wynosi $S_{\min} = a^2$. Największa wartość $S = S_{\max}$ odpowiada orientacji, gdy przekątna sześcianu jest równoległa do kierunku padania promienie świetlnych, $S_{\max} = a\sqrt{3}$. Dowolną orientację względem kierunku padania promieni światła możemy otrzymać obracając sześcian o kąt α wokół osi zaznaczonej na rycinie 5, a następnie obracając go o kąt β ($\alpha = \beta = 0$ odpowiada S_{min}) wokół osi leżącej w płaszczyźnie orbity i prostopadłej do kierunku padania promieni świetlnych – wtedy $S = S(\alpha, \beta) = a^2[(\cos\alpha + \sin\alpha)\cos\beta + \sin\beta]$. korzystając z obliczonej wartości R_0 (2) i podstawiając odpowiednio S_0 oraz S_{max} lub S_{min} do wzoru (1) otrzymujemy następujące wartości największej i najmniejszej temperatury sześcianu:

$$T_{\max} = \sqrt[4]{\frac{R_0 S_{\max}}{\sigma S_0}} = \sqrt[8]{\frac{4}{3}} T_0 \approx 311K, \qquad (3)$$

$$T_{\min} = \sqrt[4]{\frac{R_0 S_{\min}}{\sigma S_0}} = \sqrt[8]{\frac{2}{3}} T_0 \approx 271K, \qquad (4)$$

2) W równowadze średnia moc promieniowania ciała jest równa średniej mocy światła pochłanianego przez to ciało i wynosi

= R_0 [uśredniona wartość $S(\alpha, \beta)$ po okresie τ obrotu sześcianu o kątach $\alpha = 2\pi$ przy $\beta = 0$; $S(\omega t, 0) = a^2(|\cos\omega t| + |\sin\omega t|)$]

$$= R_0 S(\omega t, 0) = R_0 a^2 \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}(|\cos\omega t| + |\sin\omega t|)dt$$

$$= R_0 a^2 \frac{4}{\tau}\int_0^{\frac{\tau}{4}} 2\sin\omega t\,dt = (16/\pi)a^2\sigma T_0^4 = 23{,}4 \text{ [W]}$$

gdzie podstawiliśmy $\omega = 2\pi/T$.

3) Aby wyznaczyć temperaturę T ciała doskonale czarnego, promieniującego z wyżej obliczoną mocą, korzystamy z prawa Stefana – Boltzmanna

$$\frac{16}{\pi}a^2\sigma T_0^4 = S_0\sigma T^4 = 6a^2\sigma T^4 \quad (5)$$

skąd otrzymujemy

$$T = \sqrt[4]{\frac{8}{3\pi}}T_0 \approx 288 \text{ K.} \quad (6)$$

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl