XLIII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW II STOPNIA

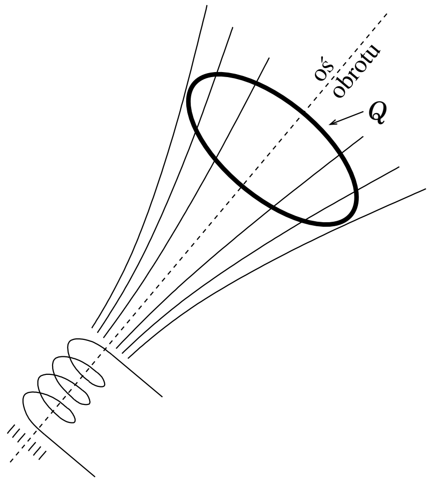
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Nazwa zadania Prędkość kątowa ebonitowego pierścienia
Rok 1993/1994
Źródło 50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami
pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002
T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Zadanie T2 - XLIII OF, II stopień.

Cienki, jednorodny, ebonitowy pierścień może swobodnie obracać się wokół nieruchomej osi symetrii prostopadłej do płaszczyzny pierścienia, rys. 1. Pierścień naładowano równomiernie ładunkiem Q i umieszczono w zmiennym w czasie polu magnetycznym o symetrii osiowej. Oś symetrii pola pokrywa się z osią obrotu pierścienia. W chwili początkowej t_0 prędkość kątowa pierścienia jest równa zeru, $\omega(t_0) = 0$, zaś objęty przez obwód pierścienia strumień ϕ pola magnetycznego wynosi $\Phi(t_0) = \Phi_0$. Oblicz wartość bezwzględną prędkości kątowej pierścienia w chwili t_1, gdy $\Phi(t_1) = 25\Phi_0$.

Dane: strumień pola — $\Phi_0 = 5,0 \cdot 10^{-2}\ Wb$; moment bezwładności pierścienia względem osi obrotu — $I = 0,02\ kg \cdot m^2$; ładunek elektryczny pierścienia — $Q = 0,03\ C$.



Rys. 1

Rozwiązanie zadania T2 - XLVII OF, II stopień.

Indukowane pole elektryczne działa na ładunki elektryczne rozmieszczone wzdłuż pierścienia. Całkowity moment sił względem punktu O działających na pierścień o promieniu r jest sumą momentów

$$M = r\sum \Delta F_i = r\sum E_i \Delta Q_i = \frac{Q}{2\pi}\sum E_1 \Delta s_i \ , \tag{1}$$

gdzie E_i jest składową styczną indukowanego pola $\vec{E}$ w punkcie i pierścienia, zaś $\Delta Q_i = (Q/2\pi r)\Delta s_i$ jest ładunkiem elektrycznym fragmentu pierścienia o długości Δs_i, rys. 2 (sumowanie po i wykonujemy przy Δs_i dążących do zera). Korzystając z prawa indukcji Faradaya otrzymujemy z (1)

$$M = \frac{Q}{2\pi}\left[-\frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t}\right] \ . \tag{2}$$

Ale z prawa dynamiki bryły sztywnej mamy

$$M = I\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} \ , \tag{3}$$

więc

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = -\frac{Q}{2\pi I}\frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} \ , \tag{4}$$

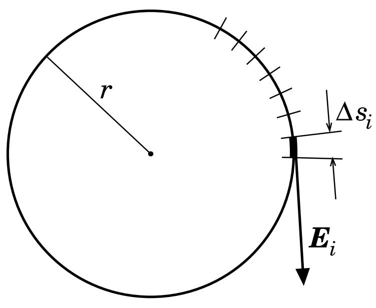
skąd wynika równość

$$\omega(t) = -\frac{Q}{2\pi I}\Phi(t) + C \ . \tag{5}$$

Z warunku początkowego $\omega(t_0) = 0$, $\Phi(t_0) = \Phi_0$ wyznaczamy stałą $C = (Q/2\pi I)\Phi_0$ i w rezultacie otrzymujemy wartość prędkości kątowej w chwili t_1 równą

$$|\omega(t_1)| = \frac{Q}{2\pi I}\left[\Phi(t_1) - \Phi(t_0)\right] = \frac{12}{\pi}\frac{Q\Phi_0}{I} \simeq 0,29\ rad/s \ . \tag{6}$$

Zauważmy, że nigdzie nie korzystaliśmy z symetrii pola magnetycznego, co oznacza, że zadanie w ogólnym przypadku ma identyczne rozwiązanie.



Rys. 2