XLIII OLIMPIADA FIZYCZNA

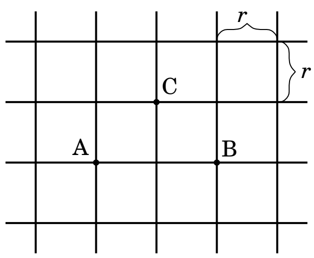
ZADANIA ZAWODÓW II STOPNIA

CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Nazwa zadania Prędkość kątowa ebonitowego pierścienia
Rok 1993/1994
Źródło 50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami
pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002
T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Zadanie T2 - XLIII OF, II stopień.

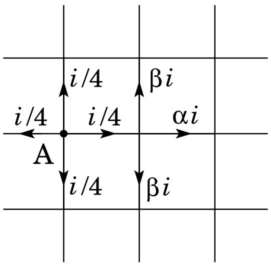
Z nieskończenie wielu identycznych oporników, każdy o oporze r, zbudowano sieć pokazaną na rys. 1. Wiedząc, że opór zastępczy tej sieci między punktami A i B wynosi $2r(1 - 2/\pi)$ oblicz opór zastępczy sieci między punktami A i C.



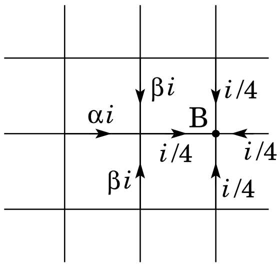
Rys. 1

Rozwiązanie zadania T3 - XLVII OF, II stopień.

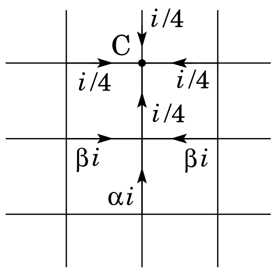
Rozważamy rozkład prądów w przypadku jednej elektrody, np. dodatniej przyłożonej do punktu A lub ujemnej, przyłożonej do punktu B, rys. 1, rys. 2.



Rys 1.



Rys 2.



Rys 3.

Złożenie dwóch niezależnych rozkładów prądów prowadzi do równania

$$2\left(\frac{1}{4}ir + \alpha ir\right) = iR_{\mathrm{AB}} \ . \tag{1}$$

Znajomość rozwiązania $R_{\mathrm{AB}} = 2r(1-2/\pi)$ pozwala nam wyznaczyć z równania (1) współczynnik α:

$$\alpha = \frac{3}{4} - \frac{2}{\pi} \ . \tag{2}$$

Korzystając zaś z prawa Kirchhoffa o prądach wpływających i wypływających z węzła (rozważamy węzeł leżący między punktami A i B, rys. 2) obliczamy współczynnik β:

$$\frac{1}{4}i = \alpha i + 2\beta i \ , \tag{3}$$

skąd mamy

$$\beta = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{4} \ . \tag{4}$$

Składając prądy w przypadku elektrod przyłożonych do punktów A i C, rys. 1, rys. 3, otrzymujemy równanie

$$2\left(\frac{1}{4}ir + \beta ir\right) = iR_{\mathrm{AC}} \ , \tag{5}$$

z którego (po podstawieniu (4)) obliczamy ostatecznie

$$R_{\mathrm{AC}} = \frac{2r}{\pi} \ . \tag{6}$$