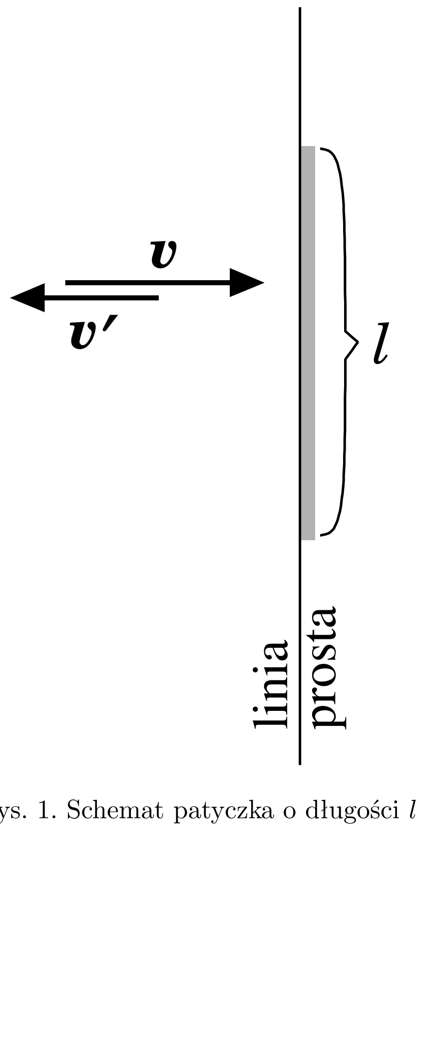
XLV OLIMPIADA FIZYCZNA
(1995/1996)
ZAWODY I STOPNIA
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne — T5

Nazwa - Zderzenie z patyczkiem
Źródła - Paweł Janiszewski, Jan Mostowski (red.): *50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami*, PWN, Warszawa 2002;
- T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl

Na gładkiej, poziomej powierzchni stołu, wzdłuż zaznaczonej linii prostej leży cienki jednorodny patyczek o długości l. Po stole ślizga się małe ciało, które zderza się prostopadle z patyczkiem wprawiając go w ruch. W ciągu krótkotrwałego zderzenia prędkość ciała zmienia się z $\mathbf{v}$ na $\mathbf{v}'$ ($\mathbf{v} \parallel -\mathbf{v}'$) (rys. 1). W jakiej odległości od środka patyczka musi nastąpić zderzenie, by żaden z końców patyczka nie przekroczył zaznaczonej linii prostej?



Rys. 1. Schemat patyczka o długości l

Rozwiązanie zadania T5 — XLV OF, I stopień

Część teoretyczna

Przyjmijmy układ odniesienia związany ze stołem. Niech punkt O, w którym znajduje się początkowo środek patyczka, będzie początkiem układu współrzędnych. Ciało o masie m przekazuje patyczkowi pęd: $\Delta\mathbf{p} = m(\mathbf{v} - \mathbf{v}')$ oraz moment pędu o wartości: $r\Delta p$ względem punktu O, gdzie r jest odległością punktu zderzenia od środka patyczka. Mamy zatem równania:

$$MV = \Delta p \tag{1}$$

$$I\omega = r\Delta p, \tag{2}$$

gdzie V jest prędkością liniową (skierowaną zgodnie z $\mathbf{v}$), zaś ω – prędkością kątową patyczka po zderzeniu. M oznacza masę, a I – moment bezwładności patyczka względem osi obrotu przechodzącej przez jego środek masy. Środek masy patyczka porusza się prostoliniowo z prędkością V, patyczek obraca się wokół swojego środka z częstością kątową ω. Żaden z końców patyczka nie przekroczy zaznaczonej linii, gdy $\omega l/2 \leqslant V$, co zgodnie z równaniami (1) i (2) odpowiada warunkowi:

$$\frac{r}{I}\frac{l}{2} \leqslant \frac{1}{M}. \tag{3}$$

Podstawiając do ostatniego wzoru $I = Ml^2/12$ otrzymujemy:

$$r \leqslant \frac{1}{6}l. \tag{4}$$

Jest to warunek, jaki musi spełniać odległość punktu zderzenia ciała z patyczkiem, by żaden z końców patyczka nie przekroczył zaznaczonej linii. Warunek ten, jak widać, nie zależy ani od masy patyczka, ani od pędu ciała uderzającego w patyczek. W rozwiązaniu nie korzystaliśmy z zasady zachowania energii, gdyż nie ma takiej potrzeby. Poza tym nic nie wiemy o charakterze zderzenia. Możemy przyjąć, że patyczek przejął w czasie zderzenia energię ΔE. Energia ta rozkłada się na energię ruchu postępowego środka masy oraz energię ruchu obrotowego patyczka:

$$\Delta E = \frac{MV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \tag{5}$$

gdzie V i ω są związane zależnością wynikającą z równań (1), (2):

$$I\omega = rMV, \tag{6}$$

skąd $\omega/V = rM/I$. Zatem dla ustalonej wartości przekazanej energii ΔE patyczek będzie się obracał tym szybciej, im większa jest odległość r.

Punktacja