



# XLV OLIMPIADA FIZYCZNA

## ZADANIA ZAWODÓW III STOPNIA

### CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

<b>Nazwa zadania</b>	Zjawisko Halla.
<b>Rok</b>	1995/1996
<b>Źródło</b>	50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002; T.M. Molenda, IF US, <a href="http://www.OF.szc.pl">www.OF.szc.pl</a> .

---

#### Zadanie D – XLV OF, III stopień.

##### *Zjawiska Halla*

Gęstość prądu  $j$  w półprzewodniku zależy od koncentracji nośników swobodnych  $n$  i od ich prędkości unoszenia  $v_u$ :

$$j = qnv_u ,$$

gdzie  $q$  oznacza ładunek nośnika prądu. Dla większości półprzewodników prędkość unoszenia nośników prądu  $v_u$  jest wprost proporcjonalna do wartości natężenia przyłożonego pola elektrycznego  $E$ :

$$v_u = \mu E ,$$

przy czym stała  $\mu$  nazywana jest ruchliwością nośników.

Masz do dyspozycji:

- warstwę półprzewodnikową o grubości  $d = (2 \pm 0,05) \mu\text{m}$ , osadzoną na izolującym elektrycznie podłożu, do której dołączono kontakty elektryczne,
- elektromagnes,
- regulowane źródło prądu stałego do zasilania elektromagnesu,
- woltomierz,
- dwa amperomierze,
- baterię 1,5 V,
- przewody zasilające,
- statyw i podstawki do mocowania elementów układu pomiarowego.

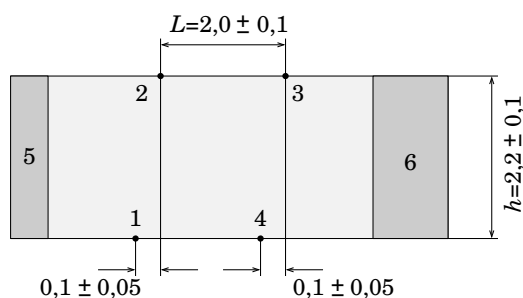
1. Określ znak nośników prądu w warstwie półprzewodnikowej.
2. Wyznacz koncentrację  $n$  nośników prądu w warstwie.
3. Wyznacz ruchliwość nośników prądu  $\mu$ .

Schemat rozmieszczenia kontaktów elektrycznych (*napięciowych i prądowych*) na powierzchni warstwy, łącznie z wymiarami, został przedstawiony na Rys. 1. Zaniedbaj rozmiary kontaktów napięciowych i załóż, że znajdują się one na brzegach warstwy. Zależność indukcji pola magnetycznego  $B$  wytwarzanego przez elektromagnes od przepływającego przez jego uzwojenie prądu zasilania  $I_z$  przedstawiono na Rys. 2. Zwrot pola magnetycznego wytwarzanego przez elektromagnes przy podłączeniu bieguna (+) zasilacza do zacisku elektromagnesu oznaczonego kolorem czerwonym, jest zgodny ze strzałką namalowaną na obudowie elektromagnesu.

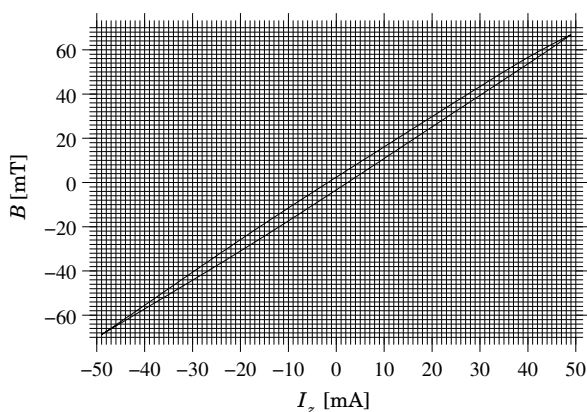
Przyjmij, że w warstwie znajduje się tylko jeden rodzaj nośników prądu.

**Uwagi:**

- a) nie wolno łączyć zasilacza elektromagnesu z kontaktami elektrycznymi warstwy,
- b) nie wolno łączyć baterii 1,5 V z kontaktami napięciowymi warstwy.



Rysunek 1: Rozmieszczenie kontaktów elektrycznych na próbce (widok od strony warstwy półprzewodnikowej). Wymiary podane są w milimetrach. Oznaczenia kontaktów elektrycznych: 1, 2, 3, 4 – kontakty napięciowe; 5, 6 – kontakty prądowe. Kolory doprowadzeń kontaktów: 1 – czarny, 2 – czerwony, 3 – żółty lub brązowy (kontakt niewykorzystywany), 4 – biały, 5 – niebieski, 6 – zielony.



Rysunek 2: Zależność wartości pola wytwarzanego przez elektromagnes od prądu zasilania  $I_z$ . Pomiary wykonano w odległości 1 mm od rdzenia.

Rozwiązanie zadania D – XLV OF, III stopień.

Część teoretyczna

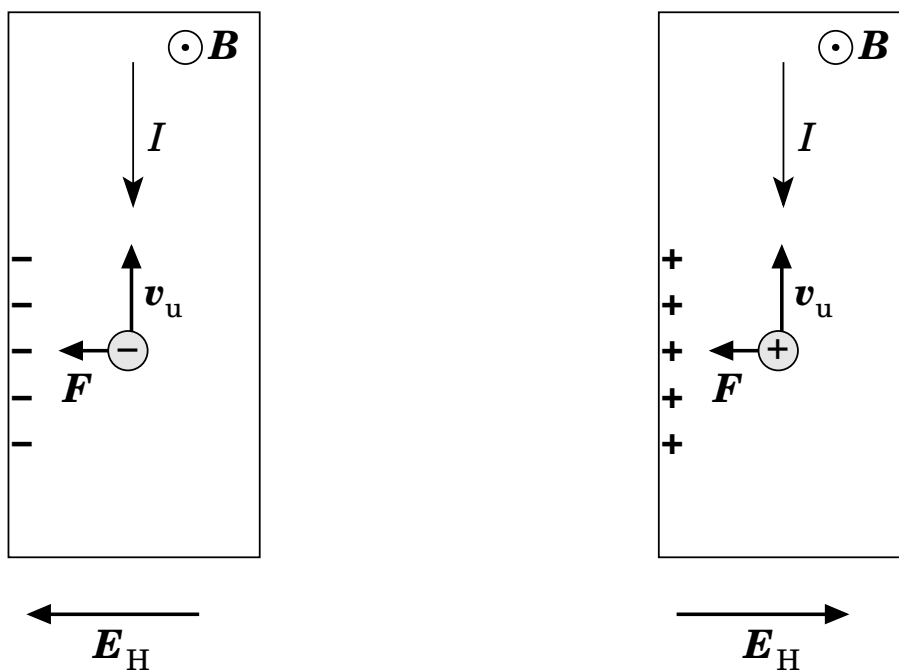
Rozwiązanie zadania opiera się na badaniu zjawiska Halla. Rozważmy prostopadłościenną próbkę półprzewodnikową o długości  $L$ , szerokości  $h$  i grubości  $d$ . Załóżmy dla uproszczenia, że przepływające wzdłuż próbki nośniki prądu (o ładunku  $q$  dodatnim lub ujemnym) poruszają się z tą samą prędkością  $v_u$  wzdłuż próbki. Jeśli taką próbkę umieścimy w polu magnetycznym  $\mathbf{B}$  skierowanym prostopadłe do jej powierzchni (Rys. 3), to na przepływające ładunki zaczną działać siły magnetyczne:

$$F = qv_u B , \tag{1}$$

odchylające je w kierunku poprzecznym do ich pierwotnego biegu. W wyniku tego na brzegu warstwy zgromadzi się niezrównoważony ładunek elektryczny. Stanowi on źródło poprzecznego pola elektrycznego  $\mathbf{E}_H$  przeciwdziałającego dalszemu odchyłaniu ładunków. W stanie równowagi magnetyczne siły odchylające, działające na ładunki, równoważone są przez przeciwnie do nich skierowane siły elektryczne  $qE_H$  i zachodzi równość:

$$E_H = v_u B . \tag{2}$$

Badając zwrot wektora pola elektrycznego  $\mathbf{E}_H$  można odpowiedzieć na pierwsze z pytań posta-



Rysunek 3: Siły działające na elektrony (po lewej) oraz dziury (po prawej) poruszające się w półprzewodniku umieszczonym w polu magnetycznym. Pole magnetyczne, prostopadłe do płaszczyzny rysunku, jest skierowane w stronę czytelnika.

wionych w treści zadania, dotyczące znaku ładunku nośników prądu. W półprzewodniku możemy się spodziewać, że mogą to być obdarzone ujemnym ładunkiem elektrony lub dodatnio naładowane dziury. W obu przypadkach bezwzględna wartość ładunku nośników jest równa ładunkowi elementarnemu  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C. Jeśli rozważyć dwie sytuacje, w których kierunek prądu w próbce jak również zwrot pola magnetycznego  $\mathbf{B}$  nie zmienia się, natomiast zmianie ulega znak nośników ładunku, to zwrot poprzecznego pola elektrycznego  $\mathbf{E}_H$  w sytuacji, gdy nośnikami ładunku są elektrony, będzie przeciwny do jego zwrotu w przypadku, gdy są nimi dodatnio

naładowane dziury (Rys. 1 i 2). Zwrot wektora pola elektrycznego  $\mathbf{E}_H$  można doświadczalnie wyznaczyć, mierząc różnicę potencjałów powstającą między brzegami próbki. Ta różnica potencjałów nosi nazwę napięcia Halla  $U_H$ . Wartość napięcia Halla spełnia równanie:

$$U_H = E_H h ,$$

gdzie  $h$  – szerokość próbki. Łącząc równość (2) ze wzorem na gęstość prądu w próbce:  $j = en\mu E$  i wyrażeniem na prędkość unoszenia:  $v_u = \mu E$  dostajemy związki na koncentrację nośników  $n$  i ich ruchliwość  $\mu$ :

$$n = \frac{j}{eE_H} ,$$

$$\mu = \frac{E_H}{EB} .$$

Wyrażając natężenia pól elektrycznych oraz gęstość prądu przez wielkości mierzone bezpośrednio w doświadczeniu dostajemy:

$$n = \frac{IB}{edU_H} ,$$

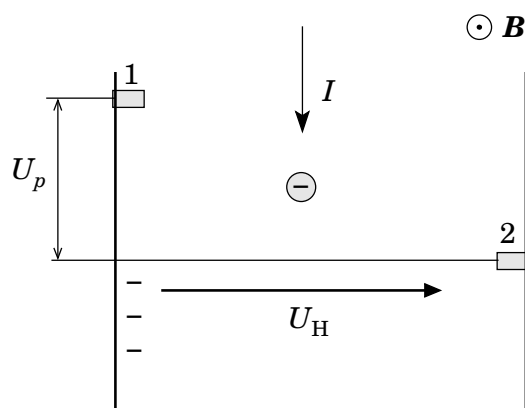
$$\mu = \frac{LU_H}{hUB} ,$$

gdzie  $I$  – natężenie prądu w próbce,  $L$  – długość próbki (odpowiada odległości między kontaktami napięciowymi),  $U$  – napięcie przewodnictwa mierzone wzdłuż próbki,  $h$  – szerokość próbki,  $d$  – grubość warstwy przewodzącej. Wprowadzając oznaczenie  $\alpha = U_H/B$  powyższe wzory możemy zapisać następująco:

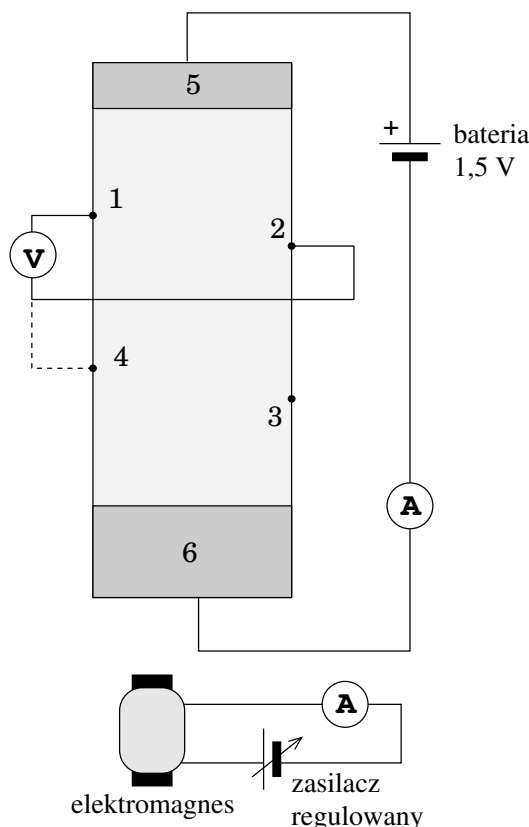
$$n = \frac{I}{ed} \frac{1}{\alpha} \tag{3}$$

$$\mu = \frac{L}{hU} \alpha . \tag{4}$$

Przed przystąpieniem do pomiarów należy rozwiązać problem wynikający z niesymetrycznego (Rys. 1) rozmieszczenia kontaktów napięciowych na warstwie półprzewodnikowej. Dołączając woltmierz do kontaktów 1 i 2 (Rys. 1) nie można zmierzyć bezpośrednio napięcia Halla, ale napięcie  $U_{1,2}$  będące sumą  $U_H$  oraz napięcia niezrównoważenia  $U_p$  pojawiającego w wyniku przepływu prądu  $I$  wzdłuż próbki (Rys. 3). Wobec tego w zależności od kierunku pola magnetycznego



Rysunek 4: Napięcie  $U_{1,2}$  mierzone między kontaktami 1 i 2 jest sumą lub różnicą napięcia niezrównoważenia  $U_p$  oraz napięcia Halla  $U_H$ . Szkic wykonano przy założeniu, że nośnikami prądu są elektrony.



Rysunek 5: Układ doświadczalny. Linią przerywaną zaznaczono podłączenie woltomierza w przypadku pomiaru napięcia przewodnictwa  $U$ .

oraz kierunku przepływającego przez próbkę prądu:

$$U_{1,2} = U_p \pm U_H .$$

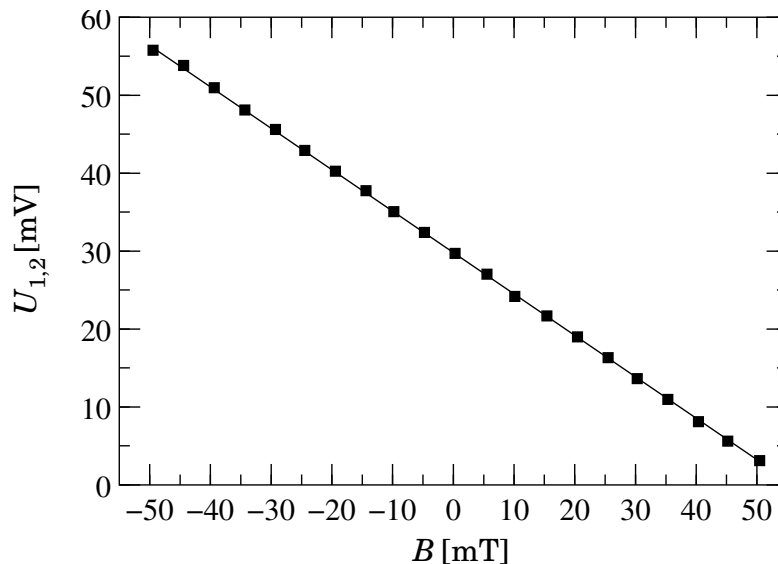
Powyższy związek można zapisać w postaci:

$$U_{1,2} = U_p \pm B\alpha ,$$

W układzie doświadczalnym przedstawionym na Rys. 5 przy założeniu, że nośnikami prądu są elektrony, wartość napięcia  $U_{1,2} = U_p - B\alpha$  powinna maleć w miarę wzrostu indukcji pola  $B$ . Gdyby nośnikami prądu były dziury, napięcie  $U_{1,2}$  powinno rosnać wraz z wartością indukcji  $B$ . Tak więc problem asymetrii kontaktów można rozwiązać – wykonując pomiary napięcia  $U_{1,2}$  dla różnych wartości pola magnetycznego  $B$  i sporządzając wykres zależności  $U_{1,2}$  od pola  $B$  można wyznaczyć stałą  $\alpha$  występującą we wzorach opisujących koncentrację  $n$  i ruchliwość  $\mu$  nośników.

### Część doświadczalna

W celu wykonania pomiarów zestawiono układ elektryczny (Rys. 5) składający się z próbki, zasilającej ją baterii (biegun dodatni do kontaktu 5, ujemny do kontaktu 6), woltomierza, dwóch amperomierzy oraz elektromagnesu zasilanego z regulowanego źródła prądu. Ponieważ dla wykonania zadania konieczny był pomiar dwóch napięć: napięcia przewodnictwa  $U$  między kontaktami 1 i 4 oraz napięcia  $U_{1,2}$  między kontaktami 1 i 2, a do dyspozycji był tylko jeden woltomierz, to należało sprawdzić przed pomiarami, czy jego oporność wewnętrzna jest wystarczająco duża w



Rysunek 6: Wykres zależności napięcia  $U_{1,2}$ , między kontaktami 1 i 2, od wartości pola magnetycznego wraz z dopasowaną prostą do danych pomiarowych.

porównaniu z opornością próbki. Okazało się, że przełączanie woltomierza między kontaktami 1, 2 oraz 1, 4 nie zmieniało wartości prądu płynącego przez próbkę:  $I = (5, 20 \pm 0, 01)$  mA.

Uchwyt próbki został tak zaprojektowany, aby przy umieszczeniu go w elektromagnesie próbka znajdowała się w odległości 1 mm od jego rdzenia, dzięki temu można było skorzystać z charakterystyki elektromagnesu dołączonej do treści zadania. Przed wykonaniem pomiarów w polu magnetycznym należało zdecydować o sposobie korzystania z przedstawionej na Rys. 2 zależności pola magnetycznego elektromagnesu od prądu zasilania  $I_z$ . Zależność ta wykazuje histerezę. Ustalając więc wartość pola magnetycznego, należy postępować w taki sposób, aby wiedzieć, z której gałęzi można odczytać aktualną wartość pola. Jeżeli, na przykład, ustawić maksymalny prąd (50 mA), a potem stopniowo go zmniejszać to pole magnetyczne należy odczytywać z górnej gałęzi charakterystyki. Elektromagnes dołączono do źródła prądu stałego w taki sposób, aby pole magnetyczne *wchodziło* do próbki od strony izolującego podłoża. Po włączeniu pola magnetycznego należy ustawić próbkę tak, aby uzyskać maksymalną zmianę napięcia  $U_{1,2}$ . Wtedy jego składowa  $U_H$  jest maksymalna i można stąd wnosić, że próbka znajduje się w obrębie rdzenia elektromagnesu. Następnie, zmieniając wartość pola magnetycznego  $B$  wykonano szereg pomiarów napięcia  $U_{1,2}$  i naniesiono je na wykres (Rys. 6). Z dopasowania prostej otrzymano wartość współczynnika  $\alpha = (0, 54 \pm 0, 03)$  V/T. Ponieważ wartość napięcia  $U_{1,2}$  malała ze wzrostem pola magnetycznego (Rys. 6), to zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami nośnikami prądu w badanej warstwie są elektrony. Wartość napięcia przewodnictwa nie wykazywała zależności od pola magnetycznego i wyniosła  $U = (681 \pm 1)$  mV. Po podstawieniu tych wartości do wzorów (3) oraz (4) otrzymano koncentrację nośników:  $n = (3, 0 \pm 0, 2) \cdot 10^{22}$  m<sup>-3</sup> oraz ruchliwość:  $\mu = (0, 73 \pm 0, 04)$  m<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>. Na błąd wyznaczenia tych wielkości duży wpływ ma niepewność wyznaczenia odległości między kontaktami. Innym źródłem błędów był sposób ustawienia próbki w polu magnetycznym elektromagnesu. Błąd ten można było ocenić, kilkakrotnie wkładając i wyjmując próbkę z pola magnetycznego.