# XLV OLIMPIADA FIZYCZNA
## (1995/1996)
# ZAWODY STOPNIA WSTĘPNEGO
## CZĘŚĆ TEORETYCZNA

## Zadanie teoretyczna – T

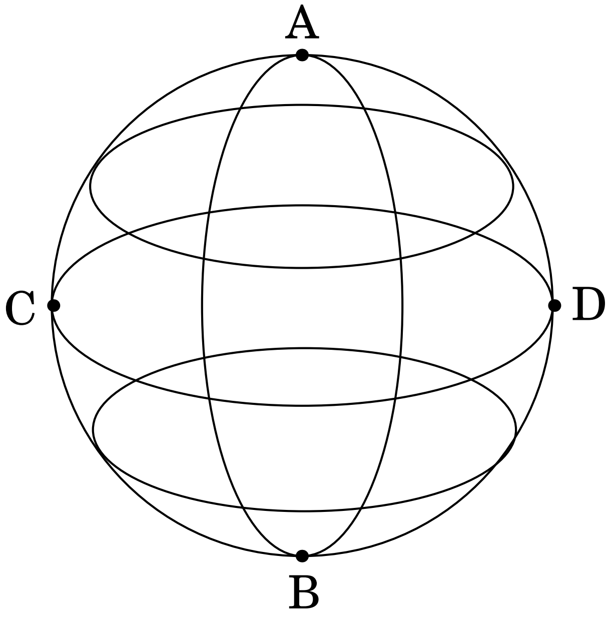
**Nazwa** – Opór zastępczy kuli z drutu

**Źródła** – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Andrzej Wysmołek, sekretarz naukowy ds. zad. teoret. KGOF, IFD UW
– Paweł Janiszewski, Jan Mostowski (red.): *50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami.* WN PWN, Warszawa 2002
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

---

## Zadanie 1C – XLV OF, stopień wstępny

Z jednorodnego drutu utworzono na powierzchni kuli siatkę z czterech *południków* – 0°, 90°, 180°, 270°, dwóch *równoleżników* na szerokościach geograficznych 30° oraz *równika*, Rys 1. Opór zastępczy między *wynosi*: $R_{\mathrm{AB}} = 1\ \Omega$. Oblicz opór zastępczy $R_{\mathrm{CD}}$ między przeciwległymi punktami leżącymi na przecięciach *równika* z *południkami*.



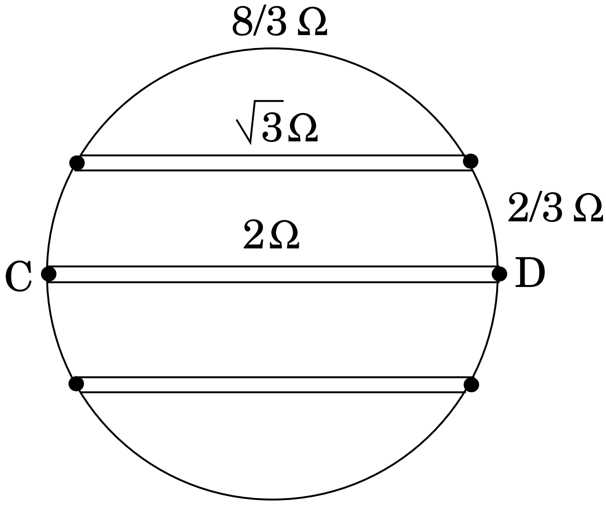

Rys. 1. Siatka na powierzchni kuli.

## Rozwiązanie zadania 1C – XLV OF, stopień wstępny

Opór przewodnika o długości $d$ będziemy oznaczać przez $R(d)$ $(R(d) \propto d)$. Jeżeli przyłożymy napięcie do punktów A i B, rys. 1, wtedy potencjały elektryczne punktów leżących na przecięciach danego równoleżnika z południkami są jednakowe, co wynika z symetrii układu. Można więc usunąć wszystkie równoleżniki nie zmieniając przy tym wartości oporu $R_{\mathrm{AB}}$. Mamy zatem:

$$R_{\mathrm{AB}} = \frac{R(\pi r)}{4}, \tag{1}$$

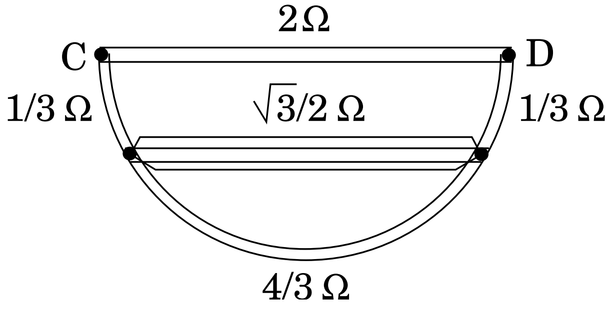
gdzie $r$ jest promieniem kuli opasanej drutami. Ponieważ $R_{\mathrm{AB}} = 1\ \Omega$, to: $R(\pi r) = 4\ \Omega$. W przypadku przyłożenia napięcia do punktów C i D dzięki symetrii możemy usunąć południki nie przechodzące ani przez C, ani przez D, a opór $R_{\mathrm{CD}}$ i tak nie ulegnie zmianie. Na rys. 2




Rys. 2. Opory zastępcze istotnych elementów.

podano opory zastępcze istotnych elementów obwodu między zaznaczonymi punktami. Rys. 3 ilustruje kolejny etap korzystania z symetrii obwodu. Korzystając z reguł dodawania oporów oraz z podanych na rys. 3 ich wartości mamy:

$$R_{\mathrm{CD}} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{2}{3} + (\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{4})^{-1}}\right)^{-1} \Omega = \frac{8 + 9\sqrt{3}}{16 + 9\sqrt{3}}\ \Omega \simeq 0,747\ \Omega, \tag{2}$$




Rys. 3. Kolejny etap korzystania z symetrii obwodu.