



XLV OLIMPIADA FIZYCZNA
ZADANIA ZAWODÓW STOPNIA WSTĘPNEGO
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Nazwa zadania	Moc silnika śmigłowca.
Rok	1995/1996
Źródło	50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002; T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl .

Zadanie 3A – XLV OF, stopień wstępny.

Oszacuj moc silnika śmigłowca, jeżeli jego model w skali 1:25, zbudowany z tych samych materiałów, utrzymuje się w powietrzu przy pomocy silniczka o mocy 6,4 W.

Rozwiązanie zadania 3A – XLV OF, stopień wstępny.

Niech ρ oznacza gęstość powietrza, S – pole przekroju strugi powietrza, a v – prędkość strumienia powietrza przepływającego przez powierzchnię określaną przez śmigło. W czasie Δt śmigło odrzuca w dół powietrze o masie:

$$\Delta m = \rho S v \Delta t. \quad (1)$$

Zmiana pędu powietrza wynosi:

$$\Delta p = \Delta m \cdot v = \rho S v^2 \Delta t, \quad (2)$$

zatem siła działająca na śmigłowiec jest równa:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho S v^2. \quad (3)$$

Aby śmigłowiec mógł się unosić w powietrzu, siła ta musi równoważyć jego ciężar Mg :

$$Mg = \rho S v^2. \quad (4)$$

Przyrównując moc silnika do energii kinetycznej uzyskiwanej przez strumień powietrza w jednostce czasu mamy:

$$P = \frac{\Delta m \cdot v^2}{2\Delta t} = \frac{1}{2}\rho S v^3. \quad (5)$$

Korzystając następnie z równania (4) otrzymujemy:

$$P = \frac{1}{2}Mg\sqrt{\frac{Mg}{\rho S}} = \frac{1}{2}g^{3/2}\rho^{-1/2}M^{3/2}S^{-1/2}. \quad (6)$$

Niech typowe wymiary liniowe modelu i zwykłego śmigłowca będą równe odpowiednio r i R ($r:R=1:25$). Wtedy: $M \sim R^3$, $S \sim R^2$, czyli:

$$P \sim R^{7/2}, \quad (7)$$

zaś moc silniczka zainstalowanego w modelu, $P' = 6,4$ W, jest proporcjonalna do $r^{7/2}$:

$$P' \sim r^{7/2}. \quad (8)$$

Stosunek mocy P/P' wynosi: $P/P' = (R/r)^{7/2} = 5^7$, zatem moc zwykłego śmigłowca jest w przybliżeniu równa:

$$P = 5^7 P' = 5^7 \cdot 6,4 \text{ W} = 500 \text{ kW}. \quad (9)$$