# XLVI OLIMPIADA FIZYCZNA

## ZADANIA ZAWODÓW II STOPNIA

### CZĘŚĆ TEORETYCZNA

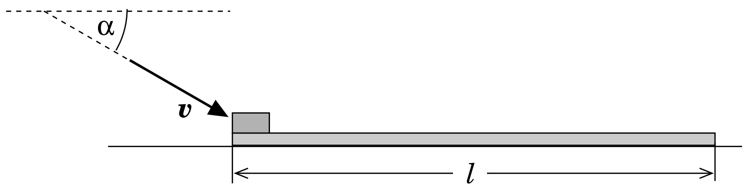
| | |
|---|---|
| **Nazwa zadania** | Klocek ślizgający się wzdłuż deski |
| **Rok** | 1996/1997 |
| **Źródło** | 50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002; T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl. |

---

**Zadanie Z1 - XLVI OF, II stopień.**

Na doskonale gładkiej poziomej powierzchni leży deska o masie $M$ i długości $l$. Na jeden koniec deski spada mały klocek, który następnie ślizga się wzdłuż deski. Masa klocka wynosi $m$. Wektor prędkości klocka $\vec{v}$ tuż przed zderzeniem z deską tworzy z poziomem kąt $\alpha$ (rys. 1). Współczynnik tarcia kinetycznego klocka o deskę wynosi $f$, współczynnik tarcia deski o podłoże jest równy zero, a przyspieszenie ziemskie jest równe $g$. Jaka musi być minimalna wartość prędkości $v$, przy której klocek osiągnie drugi koniec deski?

Załóż, że czas trwania zderzenia klocka z deską jest dużo mniejszy od $l/v$ oraz że w efekcie zderzenia klocek nie odbija się od deski.




Rys. 1

**Rozwiązanie zadania Z1 - XLVI OF, II stopień.**

Oznaczmy przez $\tau$ czas trwania zderzenia. Po czasie $\tau$ siła nacisku klocka na deskę $N$ oraz siła reakcji deski na klocek $R$ stają się równe co do wartości ciężarowi klocka $mg$. Zmiana pędu klocka dokonująca się podczas zderzenia w bardzo małym przedziale czasu $\delta\tau$ jest równa

$$\delta p_x = -T\delta\tau \ ,$$

$$\delta p_y = (R - mg)\delta\tau \simeq R\delta\tau \ ,$$

gdzie skorzystaliśmy z faktu, że podczas zderzenia średnia wartość siły $R$ jest znacznie większa od $mg$. Wynika to stąd, że dla odpowiednio małego czasu zderzenia $\tau$ całkowita zmiana pędu $\Delta p_y$ jest duża w porównaniu z $mg\tau$. Między wartością siły tarcia $T$ a reakcją deski na klocek $R$ zachodzi związek

$$T = fN = fR \ ,$$

zatem praktycznie w każdej chwili podczas zderzenia zachodzi równość

$$\delta p_x = -(T/R)\delta p_y = -f\delta p_y \ .$$

Całkowita zmiana pędu $\Delta p_y$ wynosi

$$\Delta p_y = mv\sin\alpha \ . \tag{1}$$

Całkowita zmiana pędu klocka $\Delta p_x$ wynosi więc

$$\Delta p_x = -f\Delta p_y = -fmv\sin\alpha \ , \tag{2}$$

Zmiana pędu deski jest zatem równa

$$\Delta P_x = -\Delta p_x = fmv\sin\alpha \ . \tag{3}$$

Po zderzeniu prędkość klocka wynosi

$$V = v(\cos\alpha - f\sin\alpha) \ , \tag{4}$$

a prędkość deski jest równa

$$V_0 = (m/M)fv\sin\alpha \ , \tag{5}$$

czyli prędkość względna klocka i deski jest równa

$$v' = V - V_0 = v\left[\cos\alpha - \left(1 + \frac{m}{M}\right)f\sin\alpha\right] \ . \tag{6}$$

Aby klocek ślizgał się dalej po desce, musi być spełniony warunek

$$f < \frac{M}{M+m} \ \mathrm{ctg}\,\alpha \ . \tag{7}$$

Przyspieszenie deski po ustaniu zderzenia, gdy zachodzi już równość $N = mg$, wynosi

$$a_0 = \frac{T}{M} = f\frac{mg}{M} \ , \tag{8}$$

a przyspieszenie klocka jest równe

$$a = -\frac{T}{m} = -fg \ . \tag{9}$$

W układzie związanym z deską klocek porusza się z opóźnieniem

$$a' = a_0 - a = fg\left(1 + \frac{m}{M}\right) \ . \qquad (10)$$

Minimalną wartość prędkości $v$, dla której klocek ześlizguje się z deski otrzymujemy ze wzoru

$$l = \frac{v'^2}{2a'} \ , \qquad (11)$$

skąd, po podstawieniu (6) i (10) dostajemy ostatecznie

$$v_{\min} = \frac{\sqrt{2lfg(1 + m/M)}}{\cos\alpha - (1 + m/M) f \sin\alpha} \ . \qquad (12)$$