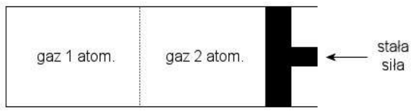
XLVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Zamknięty cylinder"

Rysunek 19 przedstawia cylinder zamknięty tłokiem, przedzielony nieruchoma półprzepuszczalna przegrodą. Początkowo w lewej komorze znajduje się gaz jednoatomowy, a w prawej – dwuatomowy.



Ryc.19

Początkowo oba gazy zajmują jednakowe objętości, znajdują się w jednakowej temperaturze i pod jednakowym ciśnieniem. Parcie gazu na tłok jest równoważone przez stałą siłę przyłożona z zewnątrz do tłoka. Przez półprzepuszczalną przegrodę może powoli przepływać gaz jednoatomowy, nie może natomiast przepływać gaz dwuatomowy. Ścianki cylindra i tłok nie przewodzą ciepła, natomiast przegroda przewodzi ciepło. Miedzy gazami nie zachodzi reakcja chemiczna. Oblicz temperaturę końcową gazów po ustaleniu równowagi przyjmując początkową temperaturę równą T_0 = 300K. Do opisu gazów w równowadze stosuj równanie Claperyona.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Liczby moli obu gazów n są jednakowe, gdyż na początku oba gazy mają taką samą temperaturę T_0, znajdują się pod takim samym ciśnieniem p_0 i zajmują takie same objętości V_0. Podczas mieszania się gazów w prawej części cylindra tłok zostanie przesunięty w prawo. Objętość gazów zwiększy się o ΔV.

Praca $p_0\Delta V$ zostanie wykonana przez układ kosztem energii wewnętrznej gazów, więc

$$p_0\Delta V = [(3/2)\ Nr + (5/2)\ Nr]\ (T_0 - T_1), \qquad (1)$$

gdzie, (3/2)nR = C_{v1} jest ciepłem molowym przy stałej objętości gazu jednoatomowego, (5/2)nR = C_{v2} jest ciepłem molowym przy stałej objętości gazu dwuatomowego, R oznacza stałą gazową a T – temperaturę końcowa po ustaleniu równowagi układu. Korzystając z równania stanu $p_0\ V_0=nRT_0$ możemy zapisać bilans energii (1) w postaci

$$T/T_0 = (1\text{-}\Delta V/4\Delta V_0). \qquad (2)$$

Oznaczamy przez xn liczbę moli gazu jednoatomowego po prawej stronie przegrody po ustaleniu się równowagi. Mieszaninę gazów opisuje równanie

$$(n + xn)RT = p_0(V_0 + \Delta V). \qquad (3)$$

Po lewej stronie przegrody pozostaje gaz jednoatomowy pod ciśnieniem p w objętości V_0. W równowadze ciśnienie tego gazu jest równe ciśnieniu cząstkowemu gazu jednoatomowego znajdującego Sie po prawej stronie przegrody, czyli zachodzi równość

$$xnRT = p_0(V_0 + \Delta V). \qquad (4)$$

Z równania stanu dla gazu jednoatomowego znajdującego Sie po lewej stronie przegrody oraz z zależności (4) dostajemy równanie

$$(n - xn)RT = pV_0 = xnRTV_0/(V_0 + \Delta V). \qquad (5)$$

Wprowadzając $z = T/T_0$, $y = \Delta V/ V_0$ zapisujemy układ równań (2), (3), (5) w postaci

$$z = 1 - y/4,$$

$$z(1+x) = 1+y,$$

$$x/(1-x) = 1+y.$$

Eliminując x oraz y otrzymujemy równanie

$$24z^2 - 55z + 30 = 0.$$

Z dwóch rozwiązań tego równania,

$$Z_{1,2} = \{55/24 \pm [(55/24)^2 - 5]^{1/2}\}/2,$$

Wybieramy z mniejsze od jedności, z = 0,895, co odpowiada obniżeniu się temperatury gazów. Temperatura końcowa T jest równa

$$T = 0{,}895\ T_0 = 268{,}5\ K.$$

Punktacja

Pomysł i poprawne rozwiązanie teoretyczne – 10 pkt

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” 93/94

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl