

V OLIMPIADA FIZYCZNA (1955/1956). Stopień III, zadanie teoretyczne – T3

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Kazimierz Rosiński: *Fizyka w Szkole* nr 2, 1956;
Janusz Ostrowski: *Olimpiady Fizyczne V i VI*. Warszawa: PZWS, 1963,
str. 98 – 101.

Nazwa zadania: Ogniskowa zwierciadła wklęsłego z wodą.

Działy: Optyka geometryczna

Słowa kluczowe: optyka, ognisko, ogniskowa, zwierciadło wklęsłe, woda, soczewka, zdolność skupiająca, zbierająca, promień, obraz.

Zadanie teoretyczne – T3, zawody III stopnia, V OF

Poziomo położone kuliste zwierciadło wklęsłe o promieniu krzywizny $R = 60$ cm zostało napełnione wodą. Znaleźć ogniskową tego zwierciadła. Współczynnik załamania wody wynosi $n = 4/3$

Uwaga. Największa głębokość wody jest mała w porównaniu z promieniem krzywizny zwierciadła.

Rozwiązanie

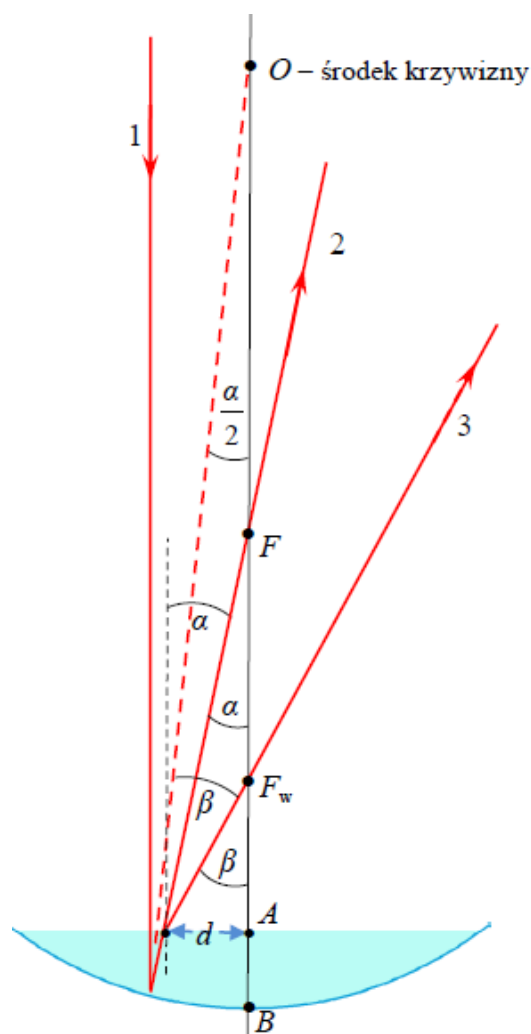
Pytanie powinno raczej brzmieć: znaleźć ogniskową takiego układu optycznego.

Ogniskową nazywamy odległość ogniska od zwierciadła; natomiast ogniskiem nazywamy punkt na osi optycznej, w którym skupiają się promienie przyosiowe równoległe do osi optycznej (dla promieni bardziej oddalonych od osi optycznej obserwujemy aberrację sferyczną – ognisko „rozmywa się” w odcinek, obraz jest nieostry).

Dla zwierciadła kulistego łatwo jest wykazać, że $f = R/2$, gdzie f oznacza ogniskową, R – promień krzywizny.

Sposób I

Promień padający (1) (rys. 1.) równoległy do osi optycznej jest prostopadły do lustra wody, więc przechodzi bez zmiany kierunku. Gdyby nie było wody, promień (1) odbiłby się od zwierciadła w kierunku (2), przechodząc przez ognisko F o ogniskowej $f = BF$. Jeśli istnieje warstwa wody, to promień (1) po odbiciu od zwierciadła załamuje się na powierzchni wody i biegnąc w kierunku (3) przecina oś optyczną w punkcie F_w .



Rys. 1.

Punkt F_w jest nowym ogniskiem, a odcinek $BF \approx AF_w = f_w$ jest szukaną ogniskową danego układu optycznego, gdzie A – punkt przecięcia osi z powierzchnią wody, B – wierzchołek zwierciadła. ($BF_w \approx AF_w$, bowiem odcinek $AB \ll R$, a więc też i $AB \ll f = R/2$)

Wyznamy ogniskową $f_w = AF_w$ posługując się rys. 1.

Mianowicie

$$AF = \frac{d}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad AF_w = \frac{d}{\operatorname{tg} \beta}$$

skąd

$$\frac{AF}{AF_w} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (1)$$

Ale dla małych kątów

$$\frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \approx \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n. \quad (2)$$

Na przykład dla $\beta = 10^\circ$ mamy $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 1,333$,

$\frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = 1,345$, a zatem różnica jest znikoma.

(Rozpatrujemy tylko małe kąty, bowiem tylko wówczas mamy do czynienia z promieniami przosiowymi, dla których występuje znikoma aberracja sferyczna).

Z (1) i (2) otrzymujemy więc

$$f_w = AF_w = \frac{AF}{n} = \frac{f}{n}$$

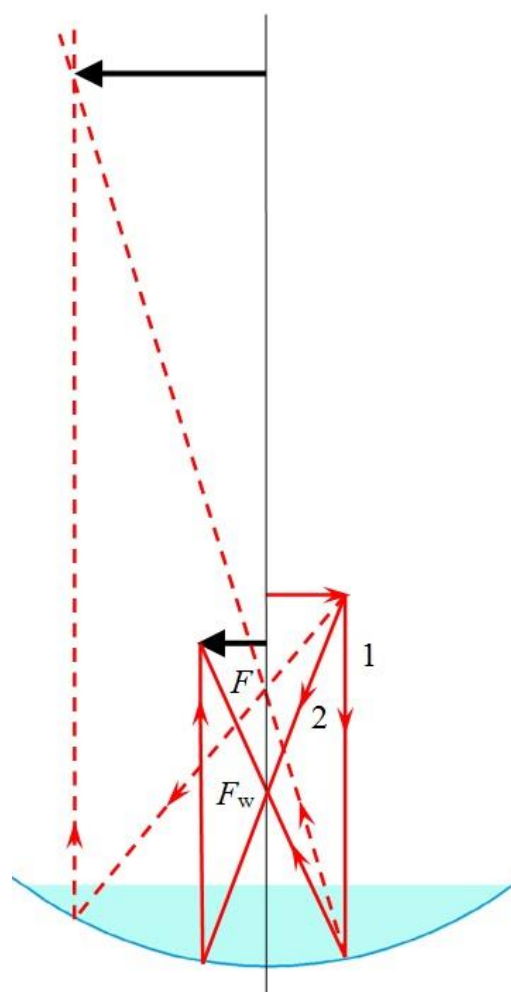
czyli

$$f_w = \frac{R}{2n}.$$

Wstawiając wartości liczbowe, mamy

$$f_w = \frac{60 \text{ cm}}{2 \cdot \frac{4}{3}} = 22,5 \text{ cm}.$$

Prześledźmy powstawanie i wyznaczanie obrazu tworzonego przez rozpatrywany układ optyczny. Ognisko F_w służy do wyznaczania obrazu zwykłym sposobem: wystarczy poprowadzić z danego punktu przedmiotu dwa promienie: (1) i (3) – bieg ich wskazuje rys. 2. Bieg promieni w przypadku zwierciadła kulistego bez wody ilustrują linie przerywane.



Rys. 2.

Sposób II – mniej pogładowy, bardziej formalny

Zwierciadło napełnione wodą traktujemy jako układ optyczny złożony z trzech elementów: dwu soczewek wodnych (promienie przechodzą dwukrotnie przez płasko-wypukłą soczewkę wodną) i jednego zwierciadła. Ponieważ soczewka jest cienka, to zdolność zbierająca takiego układu jest równa sumie zdolności zbierających części składowych.

Mamy więc

$$\frac{1}{f_w} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_z} + \frac{1}{f_s} \quad (3)$$

f_s
soczewka

f_z
zwierciadło

f_s
soczewka

ale

$$\frac{1}{f_s} = \frac{1}{R} \cdot (n-1) \quad \text{i} \quad \frac{1}{f_z} = \frac{2}{R}. \quad (4)$$

Zatem

$$\frac{1}{f_w} = \frac{2}{R} + \frac{2}{R}(n-1) = \frac{2n}{R}, \quad (5)$$

Otrzymujemy więc jak poprzednio:

$$f_w = \frac{R}{2n}. \quad (7)$$