



# LI OLIMPIADA FIZYCZNA

(2001/2002)

## ZAWODY I STOPNIA

### CZĘŚĆ II

#### Zadanie teoretyczne – T2<sup>1</sup>

**Nazwa** – Wyznaczenie ładunku na środkowej płytce w układzie trzech równoległych płytek z dielektrykami o różnej przenikalności i oporze właściwym.

**Źródła** – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej<sup>2</sup>  
– Andrzej Dragan<sup>3</sup>  
– *Fizyka w Szkole* nr 1, 2002, s. 40–46<sup>4</sup>.  
– T.M. Molenda, IF US, [www.OF.szc.pl](http://www.OF.szc.pl).

---

Rozważmy układ składający się z trzech równoległych, doskonale przewodzących płytek o powierzchni  $S$  każda. Przestrzeń pomiędzy jedną ze skrajnych płytek a płytką środkową jest wypełniona materiałem o stałej dielektrycznej  $\varepsilon_1$  oraz oporze właściwym  $\varrho_1$ , a przestrzeń pomiędzy drugą ze skrajnych płytek a płytką środkową jest wypełniona materiałem o stałej dielektrycznej  $\varepsilon_2$  i oporze właściwym  $\varrho_2$ . Do zewnętrznych płytek zostało przyłożone napięcie  $U$ . Znajdź wartość ładunku elektrycznego, jaki ustali się na środkowej płytce po długim czasie od przyłożenia napięcia.

---

<sup>1</sup>W treści zadania T2, którą rozesłano do szkół oraz opublikowano w czasopiśmie *Delta* (9/2001), niestety pominięto zdanie „Odległości między płytkami wynoszą odpowiednio  $d_1$ ,  $d_2$ .”, które powinno być dodane do powyższej treści przed przedostatnim zdaniem; dane  $d_1$  i  $d_2$  są konieczne do rozwiązania zadania, z tego powodu zadanie to nie było oceniane i nie było uwzględniane przy kwalifikacji do zawodów II stopnia.

<sup>2</sup>Wówczas sekretarzem naukowym ds. zadań teoretycznych w KGOF był dr hab. Marek Trippenbach (od L do LIII OF); współautor artykułów w *Fizyce w Szkole* z L OF i LI OF st. II (przyp. red.).

<sup>3</sup>Andrzej Dragan (wówczas mgr) był sekretarzem naukowym ds. zadań teoretycznych w KGOF podczas LII OF i LIII OF; współautor/autor artykułów w *Fizyce w Szkole* z LI OF (st. I), z LII OF i z LIII OF – st. I i II (przyp. red.).

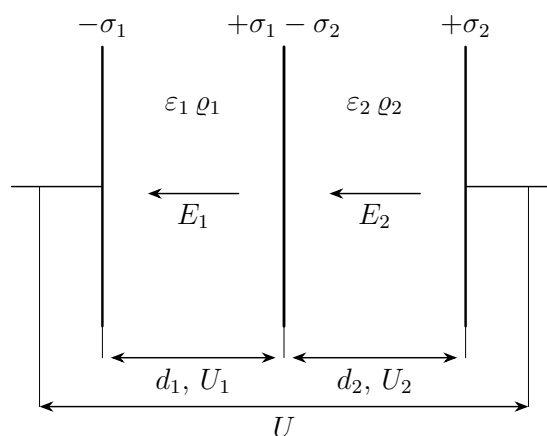
<sup>4</sup>W czasopiśmie brak autora/ów więc opracowanie zad. było przekazane do redakcji FS przez dra Pawła Janiszewskiego, który był Kierownikiem Organizacyjnym Olimpiady Fizycznej od XLII OF do LVIII OF; w tym okresie był też autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* (do czasu ich publikowania w tym czasopiśmie, tj. do LV OF), dot. informacji o przebiegu i wynikach olimpiad fizycznych; współautorem książki *50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami* (przyp. red.).

## Rozwiązanie zadania T2<sup>1</sup> – LI OF, I stopień, część II

Oznaczmy przez  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  gęstości powierzchniowe ładunków na zewnętrznych płytkach (patrz rys.). Wtedy ładunek  $q$  na środkowej płytce jest równy

$$q = (\sigma_1 - \sigma_2)S. \quad (1)$$

Obliczymy zatem gęstości powierzchniowe ładunku na zewnętrznych płytkach. Zauważmy, że wielkości tych ładunków wiążą się z natężeniem pola elektrycznego w obszarze pomiędzy płytkami. Niech  $E_1$  oznacza natężenie pola elektrycznego pomiędzy pierwszą zewnętrzną płytką i płytką środkową, a  $E_2$  – natężenie pola elektrycznego pomiędzy płytkami środkową i drugą zewnętrzną.



Z prawa Gaussa mamy wówczas

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_1}, \quad E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2}. \quad (2)$$

Wartości natężeń pól elektrycznych określają wartości napięcia

$$U_1 = E_1 d_1, \quad U_2 = E_2 d_2, \quad (3)$$

zatem

$$\sigma_1 = \frac{U_1 \varepsilon_0 \varepsilon_1}{d_1}, \quad \sigma_2 = \frac{U_2 \varepsilon_0 \varepsilon_2}{d_2}. \quad (4)$$

Napięcia  $U_1$ ,  $U_2$  możemy wyrazić poprzez natężenie prądu  $I$  płynącego w układzie:

$$U_1 = I \frac{\varrho_1 d_1}{S}, \quad U_2 = I \frac{\varrho_2 d_2}{S}, \quad (5)$$

skąd

$$\sigma_1 = I \frac{\varrho_1 \varepsilon_0 \varepsilon_1}{S}, \quad \sigma_2 = I \frac{\varrho_2 \varepsilon_0 \varepsilon_2}{S}. \quad (6)$$

Ponieważ jednak  $U_1 + U_2 = U$ , mamy

$$I = U \frac{S}{\varrho_1 d_1 + \varrho_2 d_2}. \quad (7)$$

Ostatecznie

$$q = (\sigma_1 - \sigma_2)S = U \varepsilon_0 S \frac{\varrho_1 \varepsilon_1 - \varrho_2 \varepsilon_2}{\varrho_1 d_1 + \varrho_2 d_2}. \quad (8)$$

**Odpowiedź:**

$$q = U \varepsilon_0 S \frac{\varrho_1 \varepsilon_1 - \varrho_2 \varepsilon_2}{\varrho_1 d_1 + \varrho_2 d_2}. \quad (9)$$