



LI OLIMPIADA FIZYCZNA
(2001/2002)
ZAWODY II STOPNIA
CZEŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T1

Nazwa – Maksymalne wskazanie wagi przy pionowym spadaniu wiotkiego sznurka na szalkę.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

- Marek Trippenbach¹, Andrzej Wysmołek², *Fizyka w Szkole* nr 2, 2002, s. 107–112
- T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Nad elektroniczną wagą zwisa swobodnie jednorodny sznurek o masie $M = 0,01$ kg i długości $L = 1$ m. Jego koniec dotyka szalki wagi. Sznurek jest wiotki, to znaczy zmiana jego kształtu nie wymaga wykonywania pracy. W pewnym momencie sznurek puszczono i zaczął on spadać w taki sposób, że jego część znajdująca się nad szalką była stale pionowa. Jakie było maksymalne wskazanie wagi? Załóż, że waga bez opóźnienia wskazuje aktualny nacisk na szalkę.

¹Marek Trippenbach (dr – wówczas) był sekretarzem naukowym ds. zadań teoretycznych w KGOF od L do LIV OF; współautor artykułów w *Fizyce w Szkole* z L i LI OF (przyp. red.).

²Andrzej Wysmołek był sekretarzem naukowym ds. zadań doświadczalnych w KGOF: XLIII–XLVIII OF (wówczas dr), LII–LX OF; w tym okresie był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, do czasu ich publikowania w tym czasopiśmie, tj. do LV OF. Od LXIX OF pełni funkcję Przewodniczącego KGOF. Opracowane zad. na zawody OF w postaci edytowalnych plików były przez sekretarza (AW) udostępniane sekretarzowi KO w Szczecinie (TM), co bardzo ułatwiło umieszczenie tych zad. dośw. w bazie na stronie www.OF.szc.pl (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T1 – LI OF, II stopień, część teoretyczna

Nacisk sznurka na wagę w danej chwili pochodzi od ciężaru fragmentu sznurka, który na niej już leży oraz od przekazu pędu części spadającej na szalkę.

W ustalonej chwili na wadze leży już fragment sznurka o pewnej długości x i masie $m = M(x/L)$ działając siłą $F_1 = mg$, gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim. Pozostała część sznurka o długości $L - x$ porusza się z prędkością v . Rozważmy niewielki przedział czasu Δt , w którym fragment sznurka o długości $\Delta l = v\Delta t$ zostanie ułożony na szalce zmniejszając swoją prędkość do zera. Zmiana pędu tego fragmentu pochodzi od siły, z jaką szalka wagi działa na sznurek. Waga wskaże więc dodatkowy „ciężar” F_2 , czyli siłę, jaką wywiera na sznurek, aby zmienić pęd rozważanego elementu.

Oznaczmy zmianę pędu tego fragmentu przez Δp . Ponieważ jego masa jest równa $\Delta m = (M/L)\Delta l$ to zmiana pędu elementu wynosi:

$$\Delta p = v\Delta m = v\frac{M}{L}\Delta l = v^2\frac{M}{L}\Delta t. \quad (1)$$

Pozostaje jeszcze obliczyć prędkość spadającego fragmentu w chwili, gdy dotyka on szalki. W tym celu skorzystamy ze wzoru opisującego ruch jednostajnie przyspieszony. W początkowej chwili górny koniec sznurka znajdował się na wysokości L nad szalką. W rozważanej chwili część o długości x leży już na szalce, zatem górny koniec obniżył się o x . Sznurek spadał swobodnie, więc każdy jego element poruszał się z taką samą prędkością $v(x) = \sqrt{2gx}$ proporcjonalną do pierwiastka z długości tej części, która już leży na szalce. Wstawiając otrzymany wzór do wzoru (1) dostajemy wartość przekazu pędu:

$$\Delta p = 2Mg\frac{x}{L}\Delta t. \quad (2)$$

Zmiana pędu w jednostce czasu, czyli $\Delta p/\Delta t$ to dodatkowa siła F_2 , z jaką spadający sznurek działa na szalkę wagi. Zatem całkowita siła działająca na wagę wynosi:

$$F = F_1 + F_2 = Mg\frac{x}{L} + 2Mg\frac{x}{L} = 3Mg\frac{x}{L}. \quad (3)$$

Siła ta osiąga maksimum dla $x = L$, czyli w ostatniej chwili przed spadnięciem całego sznurka. Zatem maksymalne wskazanie wagi wynoszące F/g jest równe 0,03 kg.

Punktacja

1. Uwzględnienie ciężaru leżącego sznurka oraz przekazu pędu przez spadającą część 2 pkt.
2. Podanie wzoru (1) na przekaz pędu 3 pkt.
3. Przekształcenie wzoru (1) do postaci (2) 2 pkt.
4. Wyznaczenie siły nacisku na szalkę (3) 2 pkt.
5. Obliczenie maksymalnej siły nacisku wraz z wynikiem liczbowym 1 pkt.