



LII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

CZĘŚĆ DOŚWIADCZALNA

Nazwa zadania	Wyznaczanie stosunku masy dołączonej do masy wody wypartej przez kulę
Rok	2002/2003
Źródło	Komitet Główny Olimpiady Fizycznej; Andrzej Dragan, Andrzej Wysmołek: Fizyka w Szkole nr 1, 2003; T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl .

Zadanie D2 - LII OF, I stopień, część II.

Ciało o masie m poruszające się niezbyt szybko, ruchem przyspieszonym w nieograniczonym ośrodku ciekłym, zachowuje się tak jak ciało o masie:

$$M = m + m_d,$$

gdzie $m_d > 0$ nosi nazwę masy dołączonej.

Masz do dyspozycji:

- duży i głęboki pojemnik z wodą (np. wannę),
- mocne nici,
- kulkę stalową o znanej masie i średnicy, wyposażoną w zaczep umożliwiający jej zawieszenie na nitce,
- statyw,
- stoper.

Wyznacz stosunek m_d/m_w dla kuli w wodzie (m_w oznacza masę wody wypartej przez kulę). Przyjmij, że gęstość wody wynosi 1 g/cm^3 . Jeśli uznasz to za konieczne, możesz użyć linijki.

Rozwiązanie zadania D2 - LII OF, I stopień, część II.

Zadanie można rozwiązać mierząc okres drgań kulki stalowej zawieszonyj na nici. Pomiar należy przeprowadzić dla dwóch przypadków:

- 1) kula poruszająca się w powietrzu
- 2) kula poruszająca się w wodzie.

W pierwszym przypadku okres drgań tak sporządzonego wahadła wynosi:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

gdzie l jest odległością od punktu zawieszenia nici do środka kuli, a g przyspieszeniem ziemskim.

Dla kulki zanurzonej w wodzie, w rozważaniach teoretycznych należy zwiększyć masę bezwładną o masę dołączoną i uwzględnić siłę wyporu wody. Dla małych wychyleń x , po zaniedbaniu tłumienia, prowadzi to do równania ruchu:

$$(\rho_s V + m_d)a = -\frac{gV}{l}(\rho_s - \rho_w)x, \quad (2)$$

gdzie ρ_s i ρ_w oznaczają gęstości stali i wody, a V objętość kulki. Rozwiązaniem równania są drgania harmoniczne z okresem:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\sqrt{\frac{\rho_s + m_d/V}{\rho_s - \rho_w}}. \quad (3)$$

Pomiar obu okresów T oraz T' pozwala wyznaczyć masę dołączoną dla kuli:

$$m_d = V \left[\left(\frac{T'}{T} \right)^2 (\rho_s - \rho_w) - \rho_s \right]. \quad (4)$$

Stąd wyznaczamy szukany stosunek mas:

$$\frac{m_d}{m_w} = \left(\frac{T'}{T} \right)^2 \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) - \frac{\rho_s}{\rho_w}. \quad (5)$$

Pomiary wykonano dla kulki stalowej o masie 131 g i średnicy 1,6 cm, co odpowiada gęstości $\rho_s = 7,63 \text{ g/cm}^3$. Kulę zawieszono na nitce i zmierzono stoperem czas 10 pełnych drgań w powietrzu i w wodzie dla trzech różnych długości nitki.

Otrzymano następujące wyniki:

Pomiar	T [s]	T' [s]	T'/T
1	2,22	2,33	1,103
2	2,62	2,89	1,104
3	1,54	1,69	1,099

Średni stosunek okresów jest równy $T'/T = 1,102 \pm 0,003$, co daje wielkość masy dołączonej związanej $m_d/V = (0,44 \pm 0,04) \text{ g/cm}^3$. Wynikający stąd stosunek masy dołączonej kuli do masy wypartej przez nią wody wynosi $m_d/m_w = 0,44 \pm 0,04$.

W rozwiązaniu zadania założono, że wpływ tłumienia na zmianę częstości drgań kuli w wodzie można pominąć. Założenie to można zweryfikować doświadczalnie badając zmianę amplitudy

drgań wahadła zanurzonego w wodzie z upływem czasu. Pomiar amplitudy można wykonać przy pomocy linijki. Z pomiarów wykonanych przez recenzenta wynika, że zmiana częstości wywołana przez tłumienie jest mniejsza niż 1%, co w pełni uzasadnia pominięcie jej w rozwiązaniu zadania.*

Uzyskanie poprawnego wyniku zależy w dużej mierze od staranności wykonania doświadczenia. Należy zadbać aby kula poruszała się w wodzie możliwie daleko od dna, ścianek naczynia (wanny) oraz powierzchni wody. Dla zwiększenia dokładności pomiaru okresu drgań, wahadło powinno być możliwie długie. Jednocześnie umożliwia to badanie ruchu dla małych wychyleń (kątowych) wahadła przy stosunkowo dużych amplitudach liniowych.

Punktacja

Pomysł doświadczenia z wahadłem poruszającym się w powietrzu i w wodzie	3 pkt.
Wyprowadzenie związku (5)	6 pkt.
Sprawdzenie doświadczalne założenia o słabym tłumieniu	2 pkt.
Wykonanie pomiarów okresu drgań wahadła w powietrzu i w wodzie dla kilku długości wahadła lub kilku amplitud wychylenia	6 pkt.
Poprawny wynik wraz z dyskusją źródeł niepewności pomiarowych	2 pkt.

* Komentarz

(Porównaj analizę zadania: XXI OF, st. I – *Badanie drgań w wodzie masywnego ciała ze stali.*)

Zgodnie z teorią wahadła słabo tłumionego, jego amplituda zanika w czasie wykładniczo:

$$A(t) = A(t_0)e^{-t\gamma}$$

gdzie, γ – parametr tłumienia. Częstość drgań układu słabo tłumionego opisuje się wzorem:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{\omega_0^2}}$$

gdzie ω_0 – częstość drgań wahadła nietłumionego. Wyznaczając częstość drgań ω oraz parametr tłumienia γ , możemy obliczyć częstość układu nietłumionego ω_0 .