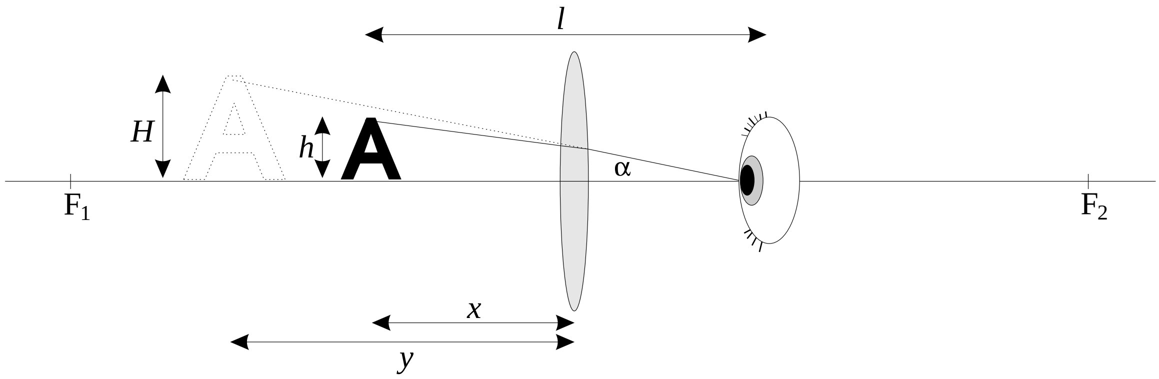
Zadanie T2

O wielkości widzianych przez Dyrektor Okullę liter decydują ich rozmiary kątowe. Rozważmy soczewkę okularów umieszczoną w odległości x od litery, znajdującej się na osi optycznej. Oznaczmy rzeczywiste rozmiary litery przez h, natomiast wielkość obrazu litery widzianego przez soczewkę jako H. Nasze zadanie polega na znalezieniu takiego x, aby kąt α (rysunek 2) był możliwie największy. Oko oraz litera znajdują się w mniejszej odległości od soczewki niż jej ogniska F_1 i F_2.



rys. 2

Ponieważ uzyskany obraz jest pozorny, to jego odległość y od soczewki możemy wyznaczyć z równania

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{f},$$

gdzie f jest ogniskową soczewki:

$$y = \frac{xf}{f-x}. \tag{1}$$

Z rysunku 2 odczytujemy, że $\operatorname{tg}\alpha = H/(y+l-x)$. Stąd zaś dostajemy:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{(y/x)h}{y+l-x} = \frac{hf}{(x-l/2)^2 + l(f-l/4)}. \tag{2}$$

Widać, że przy ustalonej odległości l między okiem i kartką oraz ustalonej ogniskowej soczewki okularów f rozmiary kątowe liter α są maksymalne dla $x = \frac{l}{2}$. Oznacza to, że rozmiary kątowe liter będą największe, gdy okulary zostaną umieszczone w połowie odległości między okiem a kartką. Ale wtedy pani dyrektor już nie widzi ostro, bo gdyby wciąż widziała ostro, to nosiłaby słabsze okulary.

Punktacja

stwierdzenie, że o wielkości widzianego obrazu decydują rozmiary kątowe — 2pkt.
stwierdzenie, że obraz jest pozorny, wzór soczewkowy i wzór (1) – 2 pkt.
wzór (2) — 2 pkt.
wynik (maksymalne rozmiary kątowe dla $x = l/2$) — 2 pkt.
dyskusja — 2 pkt.