

Zadanie T3

Rozważmy linię pola elektrycznego wychodzącą z ładunku q_1 pod kątem α i wchodzącą do ładunku $-q_2$ pod kątem β . Ponieważ linie pola elektrycznego nie mogą się przecinać, wszystkie linie wychodzące z q_1 pod kątami mniejszymi niż α będą wchodziły do $-q_2$ pod kątami mniejszymi niż β . Oznacza to, że strumień pola Φ_1 wychodzącego z ładunku q_1 przez powierzchnię wycinka sfery o promieniu $R \rightarrow 0$ i kącie rozwarcia 2α jest równy strumieniowi pola Φ_2 wchodzącego do ładunku $-q_2$ przez powierzchnię wycinka sfery o promieniu $R \rightarrow 0$ i kącie rozwarcia 2β . Korzystając z zasady superpozycji oraz tego, że w granicy $R \rightarrow 0$ wkład do strumienia Φ_1 od ładunku $-q_2$ znika, ponieważ powierzchnia wycinka sfery dąży do zera, a pole od $-q_2$ w otoczeniu q_1 jest skończone i w przybliżeniu stałe, strumień Φ_1 możemy zapisać w postaci

$$\Phi_1 = 4\pi A q_1 \sin^2(\alpha/2), \quad (1)$$

gdzie A — stała zależna od wyboru układu jednostek. Skorzystaliśmy tu z wzoru na pole powierzchni wycinka sfery o promieniu R i kącie rozwarcia θ — $S = 4\pi R^2 \sin^2(\theta/4)$. Podobne rozważanie daje wzór na Φ_2

$$\Phi_2 = 4\pi A q_2 \sin^2(\beta/2). \quad (2)$$

Z równości $\Phi_1 = \Phi_2$ otrzymujemy

$$\sin(\beta/2) = \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin(\alpha/2). \quad (3)$$

Punktacja

dyskusja własności linii pola i stwierdzenie równości strumieni Φ_1 i Φ_2 — 4 pkt.

wzory (1) i (2) z uzasadnieniem — 5 pkt.

wynik — 1pkt.