



LII OLIMPIADA FIZYCZNA
(2002/2003)
ZAWODY II STOPNIA
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T2

Nazwa – Położenie obrazu rybki w akwarium oglądanej przez lupę w 2 przypadkach.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej¹

- Andrzej Wysmołek, sekretarz naukowy ds. zad. dośw. KGOF, IFD UW
- Andrzej Dragan, Andrzej Wysmołek, *Fizyka w Szkole* nr 3, 2003, s. 171–175
- T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

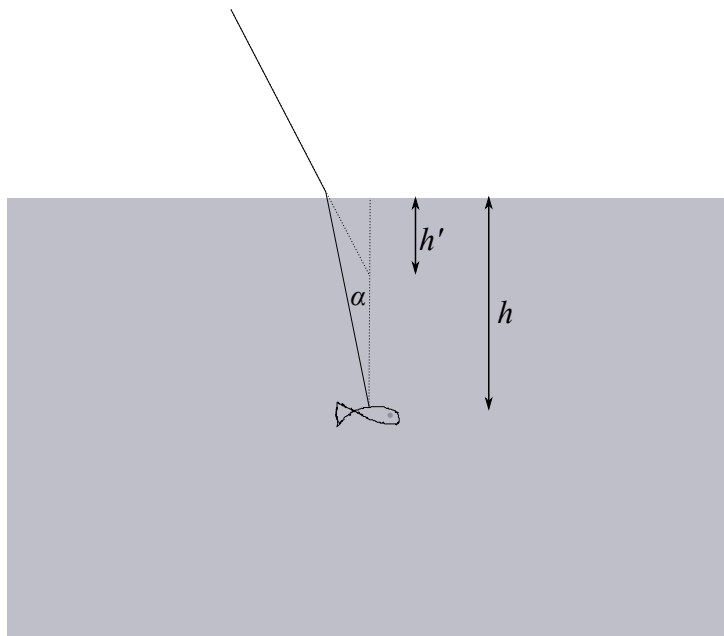
Ichtiolog oglądał przez lupę rybkę pływającą w akwarium na głębokości $h = 10$ cm. Użyta lupa była soczewką dwuwypukłą o obu promieniach krzywizn równych $R = 25$ cm, wykonaną ze szkła o współczynniku załamania $n = 1,5$. Lupa umieszczona została poziomo na wysokości $w = 5$ cm nad powierzchnią wody w taki sposób, aby obserwowana rybka znajdowała się na osi symetrii soczewki. Następnie ichtiolog opuścił lupę na powierzchnię wody zanurzając jedną stronę soczewki. Jakie było położenie obrazu rybki w obu przypadkach?

Współczynnik załamania światła w wodzie $n' = \frac{4}{3}$.

¹Zad. w postaci pliku, dla Komitetów Okręgowych OF na zawody, było opracowane przez Kierownika Organizacyjnego Olimpiady Fizycznej dra Pawła Janiszewskiego, którym był od XLII OF do LVIII OF. Dr P. Janiszewski w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* (do czasu ich publikowania w tym czasopiśmie, tj. do LV OF) dot. informacji o przebiegu i wynikach olimpiad fizycznych; współautorem książki *50 lat olimpiad fizycznych. Wybrane zadania z rozwiązaniami* (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T2 – LII OF, II stopień, część teoretyczna

Rozważmy promień światła biegnący od rybki ku górze pod kątem α od pionu (rys. 1). Przy przechodzeniu przez granicę ośrodków (woda-powietrze) promień ulegnie załamaniu tworząc pozorny obraz rybki na głębokości h' .



Rys. 1. Ogólny schemat z oznaczeniami

Z elementarnej geometrii i prawa Snelliusa dostajemy:

$$h' = h \frac{\sqrt{1/n'^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha}, \quad (1)$$

Dla promieni przyosiowych ($\sin \alpha \approx 0$, $\cos \alpha \approx 1$) mamy w przybliżeniu $h' \approx h/n'$, gdzie $n' = \frac{4}{3}$ jest współczynnikiem załamania światła w wodzie. Znając promień krzywizny soczewki możemy obliczyć jej ogniskową $f = R/2(n - 1) = 25$ cm. A z równania soczewki

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{h' + w} + \frac{1}{y} \quad (2)$$

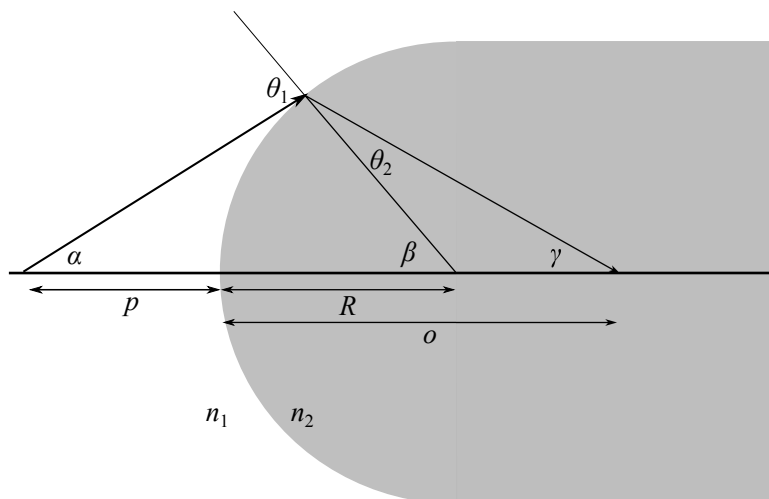
znajdujemy położenie y obrazu rybki:

$$y = \left(\frac{2(n-1)}{R} - \frac{1}{w + h/n'} \right)^{-1} = -25 \text{ cm}. \quad (3)$$

Ujemny znak oznacza, że obraz jest pozorny.

Aby wyznaczyć położenie obrazu rybki w przypadku, gdy lupa znajduje się na powierzchni wodu, wyprowadzimy równanie soczewki wykonanej z materiału o współczynniku załamania n_2 znajdującej się pomiędzy ośrodkami o współczynnikach załamania n_1 i n_3 .

Rozważmy najpierw promień światła przechodzący z ośrodka o współczynniku n_1 do ośrodka o współczynniku n_2 poprzez granicę o promieniu krzywizny R (rys. 2). Z prawa Snelliusa dla promieni przyosiowych wynika związek $n_1\theta_1 \approx n_2\theta_2$. Ponieważ $\theta_1 = \alpha + \beta$ oraz $\theta_2 = \beta - \gamma$, więc $n_1\alpha + n_2\gamma \approx (n_2 - n_1)\beta$. Dla promieni biegnących blisko osi mamy ponadto $p\alpha \approx R\beta \approx o\gamma$.



Rys. 2. Schemat soczewki wraz z oznaczeniami

Stąd zaś wynika równanie promienia przechodzącego przez granicę ośrodków:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{o} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (4)$$

Analogiczne równanie otrzymujemy dla promienia wychodzącego z ośrodka o współczynniku n_3 :

$$\frac{n_2}{p'} + \frac{n_3}{o'} = \frac{n_2 - n_3}{R}. \quad (5)$$

Równanie cienkiej soczewki możemy otrzymać z dwóch powyższych równań przyjmując, że położenie przedmiotu przed drugą powierzchnią znajduje się w położeniu obrazu za pierwszą powierzchnią, czyli $p' = -o$. Wprowadzając nowe oznaczenie dla położenia przedmiotu x i obrazu y względem soczewki dostajemy:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_3}{y} = \frac{2n_2 - n_1 - n_3}{R}. \quad (6)$$

Przyjmując $n_1 = \frac{4}{3}$ (woda), $n_2 = 1,5$ (szkło) i $n_3 = 1$ (powietrze) oraz $x = h$, znajdujemy położenie y obrazu:

$$y = n_3 \left(\frac{2n_2 - n_1 - n_3}{R} - \frac{n_1}{h} \right)^{-1} = -9,73 \text{ cm}. \quad (7)$$

Obraz jest więc pozorny, jak i poprzednio. Znajduje się jednak bliżej lupy.

Punktacja

1. Pozorna głębokość – wzór (1) wraz z przybliżeniem przyosiowym 2 pkt.
2. Położenie obrazu (wzór (3)) wraz z wynikiem liczbowym 2 pkt.
3. Wzór soczewkowy (6): wyprowadzenie 3 pkt.
4. Wzór soczewkowy (6): wzór ostateczny 1 pkt.
5. Ostateczny wynik (także liczbowy) 2 pkt.