

LII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW II STOPNIA

CZEŚĆ TEORETYCZNA

Źródła:

- Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
- Andrzej Dragan, sekretarz naukowy ds. zad. teo. KGOF, IFT UW;
- *Fizyka w szkole* nr 3, 2003;
- T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

ZADANIE T3

W niektórych sondach kosmicznych stosuje się źródła energii wykorzystujące zjawisko rozpadu β^- (z jądra emitowany jest elektron) zachodzące między innymi w plutonie ^{241}Pu .

Rozważ ogniwo składające się z kwadratowej blaszki o grubości $d = 0,1$ mm i boku $a = 10$ cm wykonanej z plutonu ^{241}Pu , umieszczonej między przewodzącymi blaszkami o grubości dostatecznej, by pochłoniąć wszystkie wyemitowane elektrony. Zewnętrzne blaszki są ze sobą zwarte i tworzą elektrodę ujemną, natomiast środkowa plutonowa blaszka tworzy elektrodę dodatnią. Odległość pomiędzy środkową blaszką a każdą z blaszek zewnętrznych wynosi $l = 1$ mm.

Oblicz stacjonarne natężenie prądu generowanego przez to ogniwo. Wyznacz czas, po którym napięcie nieobciążonego ogniwa wzrośnie od 0 do $U = 100$ V. Gęstość plutonu $\rho = 19,8$ g/cm³, a jego czas połowicznego zaniku $T = 13$ lat. Przyjmij, że wszystkie wyemitowane elektrony docierają do elektrody ujemnej, a czas ładowania jest zanedbywalnie krótki w porównaniu z czasem połowicznego zaniku.

Rozwiązanie

Liczba atomów plutonu zmienia się w czasie zgodnie z zależnością

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

gdzie λ jest stałą rozpadu izotopu. W czasie Δt rozpada się więc

$$\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda \Delta t}) \approx N_0 \lambda \Delta t \quad (2)$$

atomów. Liczba emitowanych w jednostce czasu elektronów jest równa liczbie rozpadających się atomów, zatem stacjonarne natężenie prądu przepływającego pomiędzy elektrodami ogniwa wynosi

$$I = \frac{\Delta N}{\Delta t} q_e = N_0 \lambda q_e, \quad (3)$$

gdzie q_e jest ładunkiem elektronu.

Dla czasów krótkich w porównaniu z czasem połowicznego zaniku liczba atomów praktycznie nie zmienia się i wynosi

$$N_0 = \frac{M}{\mu} N_A, \quad (4)$$

gdzie μ jest masą molową plutonu, N_A – liczbą Avogadra, a

$$M = a^2 d \rho \quad (5)$$

jest masą blaszki z plutonu. Stała zaniku λ związana jest z czasem połowicznego zaniku zależnością

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}. \quad (6)$$

Zatem ogniwo może dostarczać prądu o natężeniu

$$I = \frac{a^2 d \rho q_e N_A \ln 2}{\mu T} = 13,4 \mu\text{A}. \quad (7)$$

Czas ładowania ogniwa odpowiada czasowi ładowania kondensatora o pojemności C , utworzonego przez elektrody ogniwa, stałym prądem o natężeniu I :

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{UC}{I}. \quad (8)$$

Pojemność kondensatora można obliczyć, zauważając, że układ elektrod odpowiada dwóm, połączonym równolegle, kondensatorom płaskim. Zatem pojemność elektryczna ogniwa jest równa dwukrotnej pojemności płaskiego kondensatora o powierzchni elektrod a^2 i grubości l :

$$C = \frac{2\varepsilon_0 a^2}{l}. \quad (9)$$

Czas ładowania ogniwa od 0 do 100 V wynosi zatem

$$t = \frac{2\varepsilon_0 a^2 U}{lI}. \quad (10)$$

Po wstawieniu danych liczbowych i wykorzystaniu obliczonej wcześniej wartości I otrzymujemy

$$t = 1,324 \text{ ms}. \quad (11)$$