



LIII OLIMPIADA FIZYCZNA

(2003/2004)

ZAWODY I STOPNIA

Zadanie doświadczalne – D2

Nazwa – Wyznaczanie modułu sztywności galaretki korzystając z drgań skrętnych.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

- Andrzej Dragan, Andrzej Wysmołek¹: *Fizyka w Szkole* nr 2, 2004, s. 111–118
- T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Przyrządź galaretkę, rozpuszczając 2 łyżeczki żelatyny w 1/2 szklanki wrzątku.

Masz do dyspozycji:

- stężoną galaretkę,
- płaską wąską linijkę,
- nóż,
- stoper.

Wyznacz moduł sztywności galaretki w temperaturze pokojowej.

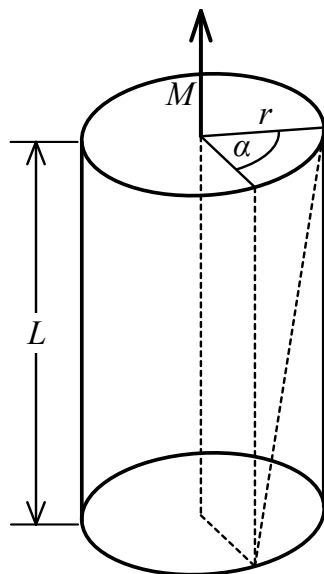
Uwaga!

- Możesz przyjąć, że gęstość galaretki wynosi 1 g/cm^3 .
- W przypadku idealnie sprężystych odkształceń jednorodnego walca o długości L i promieniu r , którego dolna podstawa jest unieruchomiona, a górna skrzyta jest o kąt α pod wpływem momentu siły M (patrz rysunek), obowiązuje związek:

$$M = \frac{\pi G r^4}{2L} \alpha,$$

gdzie G – moduł sztywności materiału z jakiego wykonany jest walec (patrz rys. 1).

¹ Andrzej Wysmołek był sekretarzem naukowym ds. zadań doświadczalnych w KGOF: XLIII–XLVIII OF (wówczas dr), LII–LX OF; w tym okresie, był współautorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, do czasu ich publikowania w tym czasopiśmie, tj. do LV OF. Od LXIX OF pełni funkcję Przewodniczącego KGOF. Opracowane zad. na zawody OF w postaci edytowalnych plików były przez sekretarza (AW) udostępniane sekretarzowi KO w Szczecinie (TM), co bardzo ułatwiło umieszczenie tych zad. dośw. w bazie na stronie www.OF.szc.pl (przyp. red.).

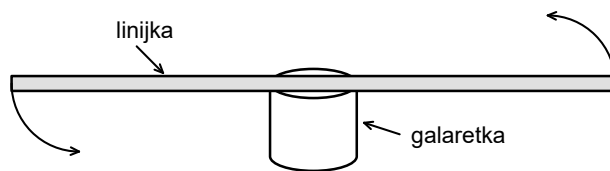


Rys. 1

Rozwiązanie zadania D2 – LIII OF, I stopień

Część teoretyczna

Moduł sztywności galaretki można wyznaczyć, badając częstotliwość drgań skrętnych układu utworzonego z linijki umieszczonej na walcu wykrojonym z galaretki.



Rys. 2

Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona spełnione jest równanie:

$$(I + \gamma I_g) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -M, \quad (1)$$

gdzie M – wartość momentu sił działających na linijkę, I – moment bezwładności linijki, I_g – efektywny moment bezwładności walca z galaretki.

Konieczność wprowadzenia w równaniu (1) efektywnego momentu bezwładności walca wynika z tego, że jego podstawa jest zamocowana. Ponieważ wkład do energii kinetycznej „plasterka” walca maleje wraz ze zbliżaniem się „plasterka” do unieruchomionej podstawy, to moment bezwładności walca zamocowanego z jednej strony jest mniejszy niż moment bezwładności walca obracającego się swobodnie. Dlatego $\gamma < 1$. Jak się okaże w części doświadczalnej, wpływ momentu bezwładności walca z galaretki na uzyskane wyniki można pominąć i znajomość dokładnej wartości współczynnika γ nie jest konieczna.

Podstawiając za moment siły M wyrażenie podane we wskazówce, z równania (1) dostajemy okres drgań układu:

$$T = \sqrt{\frac{8\pi L(I + \gamma I_g)}{Gr^4}}. \quad (2)$$

biorąc pod uwagę, że linijka jest długa i wąska, jej moment bezwładności można obliczyć, korzystając ze wzoru na moment bezwładności cienkiego pręta:

$$I = \frac{1}{12} ml^2, \quad (3)$$

gdzie m i l oznaczają odpowiednio masę i długość linijki.

Moment bezwładności walca wynosi

$$I_g = \frac{1}{2} m_g r^2, \quad (4)$$

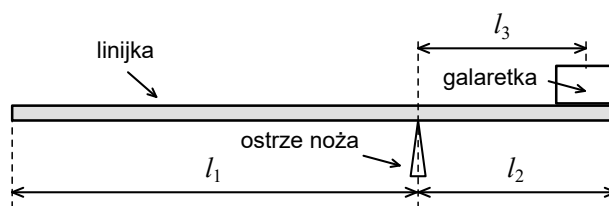
gdzie m_g oraz r – odpowiednio masa i promień walca z galaretki.

Po podstawieniu związków (3) i (4) do wzoru (2) otrzymujemy wyrażenie wiążące moduł sztywności G galaretki z okresem drgań układu:

$$G = \frac{2\pi L}{3r^4 T^2} (ml^2 + 6\gamma m_g r^2). \quad (5)$$

Zatem, znając okres T drgań skrętnych linijki umieszczonej na walcu, wymiary i masę walca z galaretki oraz długość l i masę linijki m , można wyznaczyć moduł sztywności galaretki. Wymiary walca można zmierzyć linijką, zaś masę linijki można wyznaczyć konstruując wagę. Na

jednym z końców linijki podpartej na ostrzu noża można umieścić prostopadłościenną kostkę z galaretki. Przesuwając punkt podparcia linijki, znajdziemy położenie równowagi układu.



Rys. 3

W warunkach równowagi

$$\eta l_1 \frac{l_1}{2} = \eta l_2 \frac{l_2}{2} + m_g l_3, \quad (6)$$

gdzie η – gęstość liniowa linijki. Po przekształceniu związku (5) dostajemy

$$\eta = \frac{2m_g l_3}{l_1^2 - l_2^2}, \quad (7)$$

skąd masa linijki

$$m = \eta(l_1 + l_2) = \frac{2m_g l_3}{l_1 - l_2}. \quad (8)$$

Część doświadczalna

Z galaretki wycięto nożem walec o wysokości $L = (3,0 \pm 0,1)$ cm i promieniu $r = (1,0 \pm 0,1)$ cm². Następnie wykonano kilka pomiarów okresu drgań skrętnych linijki umieszczonej na tym walcu. Na ich podstawie wyznaczono wartość średnią i niepewność pomiarową okresu drgań $T = (2,1 \pm 0,2)$ s.

Do wyznaczenia masy linijki użyto kostki galaretki o wymiarach w cm: $2,5 \times 2 \times 2$ (określonych z dokładnością 0,1 cm). Przyjmując, że gęstość galaretki wynosi 1 g/cm^3 , obliczono $m_g = (10,0 \pm 1,4)$ g. Po umieszczeniu kostki galaretki na końcu linijki podpartej na końcu noża uzyskano równowagę układu dla odległości $l_1 = (29,0 \pm 0,2)$ cm, $l_2 = (16,0 \pm 0,2)$ cm, $l_3 = (15,0 \pm 0,2)$ cm (rys. 3). Po podstawieniu danych doświadczalnych do wzoru (8) otrzymano masę linijki $m = (23 \pm 5)$ g.

Moment bezwładności walca $I_g = (4,5 \pm 1,0)$ g · cm² wyznaczono na podstawie jego wymiarów. Ponieważ jest on znacznie mniejszy od momentu bezwładności linijki, $I = (3,9 \pm 0,9) \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$, to można go pominąć w dalszych obliczeniach.

Po podstawieniu danych doświadczalnych do wzoru (5) uzyskujemy moduł sztywności galaretki $G = 7 \text{ N/m}^2$, $u(G) = 4 \text{ N/m}^2$. Duża niepewność pomiarowa wynika głównie z niedokładności określenia wymiarów brył wycinanych z galaretki. Można ją zmniejszyć, przygotowując walec z galaretki w naczyniu o gładkich ściankach. Należy wziąć również pod uwagę to, że właściwości sprężyste galaretki zmieniają się z upływem czasu i zależą od tego, w jakiej temperaturze jest ona przechowywana.

Punktacja

² Oznaczenie „±” stosujemy wyłącznie dla niepewności granicznej czy rozszerzonej – wg zalecenia Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement; u nas problematykę tą w nauczaniu od 2018 r. reguluje Rekomendacja Polskiego Towarzystwa Fizycznego dotycząca nauczania o opracowywaniu wyników pomiarów w szkołach – www2022.ptf.net.pl/programy/edukacja/rekomendacja (przyp. red.).

Część teoretyczna

1. Pomysł wykorzystania układu drgającego (linijka na walcu z galaretki) 3 pkt.
2. Wyprowadzenie związków teoretycznych pozwalających wyznaczyć moduł sztywności galaretki 4 pkt.
3. Uwzględnienie we wzorze (1) poprawki związanej z momentem bezwładności galaretki 1 pkt.
4. Znalezienie sposobu wyznaczenia masy (momentu bezwładności) linijki 2 pkt.

Część doświadczalna

1. Wyznaczenie masy linijki 3 pkt.
2. Pomiar częstotliwości drgań skrętnych linijki 4 pkt.
3. Oszacowanie poprawki związanej z momentem bezwładności galaretki 1 pkt.
4. Uzyskanie poprawnego wyniku i dyskusja niepewności pomiarowych 2 pkt.